

**Theoretische und experimentelle
Untersuchungen von stationären Strömungsfeldern
mit inhomogener Anströmung**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur

genehmigt von der Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum

von

Dipl.-Ing. Dieter Glück

aus Ratingen

Bochum 1979



Digitized by the Internet Archive
in 2026

**Theoretische und experimentelle
Untersuchungen von stationären Strömungsfeldern
mit inhomogener Anströmung**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur

genehmigt von der Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum



von

Dipl.-Ing. Dieter Glück

aus Ratingen

Bochum 1979



Referent: Prof. Dr.-Ing. K. Gersten

Korreferent: Prof. Dr. rer.nat. W. Merzkirch

Tag der mündlichen Prüfung: 7.11.1979

Ich möchte an dieser Stelle allen danken,
die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen
haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing.
K. Gersten für die vielen anregenden und kritischen
Diskussionen und für seine wohlwollende Unter-
stützung.

Herrn Prof. Dr. rer.nat. W. Merzkirch danke
ich für das fördernde Interesse, das er dieser
Arbeit entgegenbrachte, sowie für die Übernahme
des Korreferats.

Dieter Glück

Übersicht

Es werden inkompressible, ebene, stationäre und reibungslose Strömungen um Profile und in Schaufelgittern betrachtet, bei denen die Anströmung eine beliebige Inhomogenität aufweist. Wegen der Inhomogenität ist die Strömung drehungsbehaftet und wird daher durch partielle Differentialgleichungen (Euler-Gleichungen) beschrieben. Wird die Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung durch eine Treppenfunktion ersetzt, besteht die Strömung aus streifenförmigen Gebieten von Potentialströmungen mit unterschiedlichem Gesamtdruck. Bei der Berechnung der Strömung ist es nicht mehr erforderlich, das gesamte Strömungsfeld zu bestimmen, sondern lediglich das Profil und die Ränder der Potentialfelder.

Aus diesem Modell wurde ein nichtlineares Berechnungsverfahren für Profile mit beliebiger Kontur bei ungleichförmiger Anströmung entwickelt. Die Berechnung des Profils und der Anordnung von Potentialfeldern erfolgt durch Anwendung des Singularitätenverfahrens, indem die Profilkontur und die Trennstromlinien zwischen den Potentialfeldern durch Wirbelbelegungen repräsentiert werden. Durch eine besondere Betrachtung ist die Berechnung der Strömung auch dann möglich, wenn das Profil auf einer Trennstromlinie liegt.

In Beispielen wird die Anwendung des vorgelegten Verfahrens auf Einzelprofile, Schaufeln im Gitterverband und auf Innenströmungen gezeigt. Experimentelle Untersuchungen werden an einem Profil in einer Scherschicht zwischen zwei Parallelströmungen mit unterschiedlichem Gesamtdruck durchgeführt. Die Rechnungen werden mit eigenen Messungen und Ergebnissen anderer Autoren verglichen und liefern gute Übereinstimmungen.

Inhalt:

Bezeichnungen

1. Einleitung	1
2. Aufgabenstellung	2
2.1 Theoretische Untersuchungen	2
2.2 Experimentelle Untersuchungen	2
3. Übersicht über experimentelle Arbeiten	3
3.1 Windkanalkorrekturen	3
3.2 Messungen an Einzelprofilen	3
3.3 Arbeiten über Profile in Schaufelgittern	7
4. Experimentelle Untersuchung der Strömung eines Profils in einer Scherschicht	8
4.1 Methoden zur Erzeugung beliebiger Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung	8
4.2 Der Versuchsaufbau	11
4.2.1 Der Windkanal	11
4.2.2 Einrichtungen zur Erzeugung von ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen	13
4.2.3 Das Profilmodell	14
4.3 Durchführung der Messungen	15
4.4 Meßergebnisse	17
4.4.1 Das Profil in homogener Anströmung	17
4.4.2 Die Strömung in der Meßstrecke hinter dem Wabengitter	18
4.4.3 Das Profil bei inhomogener Anströmung	20
5. Grundlagen der Berechnungsverfahren	25
5.1 Die Grundgleichungen	25
5.2 Folgerungen für Berechnungsverfahren	28

6. Übersicht der theoretischen Untersuchungen an Profilen bei inhomogener Zuströmung	30
6.1 Einzelprofile	30
6.1.1 Strömungen mit freien Strahlrändern	30
6.1.2 Einzelprofile in drehungsbehafteter Strömung	31
6.2 Gitterprofile	34
7. Nichtlineares Berechnungsverfahren für aerodynamische Profile bei inhomogener Zuströmung	35
7.1 Das mathematische Modell	35
7.2 Ermittlung der Randbedingungen	37
7.2.1 Die Lage des Profils in der Anströmung	37
7.2.2 Ermittlung einer Ersatzgeschwindigkeitsverteilung	38
7.2.3 Die Zuströmbedingungen	40
7.3 Die Strömungsbedingungen	41
7.3.1 Die kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur	42
7.3.2 Die kinematische Strömungsbedingung auf den Wirbelschichten	45
7.3.3 Die Druckbedingung auf den Wirbelschichten	47
7.4 Die numerische Lösung des Gleichungssystems	48
7.5 Ermittlung der Druckverteilung auf der Profilkontur und der resultierenden Auftriebskraft	50
7.6 Der Durchgangsfall	51
7.6.1 Der Durchgang eines Profils durch eine Trennstromlinie zwischen zwei Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck	51
7.6.2 Die Berechnung des Durchgangsfalls	53

7.7 Berechnung von Gitterprofilen bei ungleichförmiger Zuströmung	58
7.7.1 Bemerkungen zur Strömung in Gittern	58
7.7.2 Das mathematische Modell	64
7.7.3 Das Berechnungsverfahren	65
8. Näherungslösungen	
8.1 Das Profil in großem Abstand zu einer Unstetigkeitsfläche	66
8.2 Der Durchgangsfall	69
9. Beispiele und Vergleich mit experimentellen Ergebnissen	73
9.1 Beispiele für Einzelprofile in ungleichförmiger Anströmung	73
9.2 Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse	82
9.3 Ein Anwendungsbeispiel: Flugzeug mit T-Leitwerk bei hohen Anstellwinkeln	87
9.4 Ungleichförmige Anströmung einer Wand	89
9.5 Ergebnisse von Beispielrechnungen für Gitterprofile und Vergleich mit experimentellen Ergebnissen	92
9.5.1 Gitterprofile bei homogener Zuströmung	92
9.5.2 Gitterprofile bei inhomogener Zuströmung	93
9.6 Berechnung ebener Kanalströmungen mit ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen	94
9.6.1 Das mathematische Modell	94
9.6.2 Ergebnisse von Beispielrechnungen	95
Zusammenfassung	98
Literatur	99
Verzeichnis der Bilder	112
Anhang A Das Berechnungsverfahren für Profile in ungleichförmiger Anströmung	118

Anhang B	Die Strömung in der Umgebung des Semistau- punktes auf der Profilkontur	130
Anhang C	Berechnung von Gitterprofilen bei ungleich- förmiger Anströmung	135
Anhang D	Berechnung eines Höhenleitwerks im Nachlauf eines Flügels	142
Anhang E	Berechnung eines senkrecht auf eine Wand treffenden Strahls mit einer ungleich- förmigen Geschwindigkeitsverteilung	147
Anhang F	Berechnung von Kanalströmungen mit un- gleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung	150
Tabelle		152
Bilder		153

Bezeichnungen

$\underline{A}$	Koeffizientenmatrix
A	Fläche, Auftrieb
a	Konstante
b	Breite, Konstante
$c_p = \frac{p-p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_m^2}$	Druckbeiwert
$c_A = \frac{A}{\frac{\rho}{2} U_m^2 b l}$	Auftriebsbeiwert
$c_M = \frac{M}{\frac{\rho}{2} U_m^2 b l^2}$	Momentbeiwert
$c_W = \frac{W}{\frac{\rho}{2} U_m^2 b l}$	Widerstandsbeiwert
$c'_A = \frac{dc_A}{d\alpha}$	Auftriebsanstieg
c	Konstante
d	Profildicke
E	Quellergiebigkeit
f	Wölbung, Fehlergrenze
H	Kanalhöhe, Funktion
h	vertikaler Abstand zu einer Trennstromlinie
i, j	Numerierung
I	Integrale
K	Kernfunktion einer Integralgleichung, Konstante, Staudruckverhältnis
l	Profiltiefe
l_u	mittlere Flügeltiefe

M	Dipolmoment
n	Exponent
p	statischer Druck
q	Exponent, Quelldichte
<u>R</u>	Rechte-Seite- Vektor eines Gleichungssystems, Krümmungsradius
Re	Reynoldszahl
r	Abstand, Radius
s	Parameter, Bogenlänge
S	Fläche
t	Gitterteilung, vertikaler Abstand zu einer bestimmten Stromlinie
<u>t</u>	Tangenteneinheitsvektor
u,v	Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung in einem kartesischem Koordinatensystem
U	Geschwindigkeit in der Anströmung
U_m	Bezugsgeschwindigkeit
w	Geschwindigkeit, $w = \sqrt{u^2 + v^2}$
x,y	Koordinaten, kartesisches Koordinatensystem
<u>x</u>	Lösungsvektor
α	Anstellwinkel
α_0	Null-Anstellwinkel
β	Winkel
γ	Zirkulationsdichte
Γ	Zirkulation
δ	Winkel
Λ	Streckung $\Lambda = b/l$ oder $\frac{b^2}{A}$
$\eta_I, \eta_{II}, \eta_{III}$	Einflußfunktionen zur Beschreibung der Delleneffekte

ξ }	dimensionslose Koordinaten
ζ	
τ	Winkel
ψ	Stromfunktion
Φ	Potentialfunktion
ψ, ϕ	Winkel, Parameter
ω	Drehung, transformierte Zirkulationsdichte

Indizes

DP	Dipol
exp	experimentell
eff	effektiv
H	homogene Zuströmung, Hinterkante
i, j	Numerierung
k	Kontur
L	Iterationsschritt
m, M	Mittel mehrerer Größen
max	maximal
O	Oberseite einer Stromlinie
Q	Quelle
R	Strahlrand
s	Kennzeichnung einer Funktion
t	total
th	theoretisch
U	Unterseite einer Stromlinie
W	Wirbelschicht, Kanalwand
Γ	Wirbel
*	örtl. Koordinatensystem

Der hochgesetzte Punkt bedeutet die Ableitung der betreffenden Funktion nach einem Parameter. In einer dimensionslosen Darstellung werden geometrische Größen auf die Profiltiefe und Geschwindigkeiten und Zirkulationsdichten auf die Anströmungsgeschwindigkeit bezogen.

1. Einleitung

Eine Hauptaufgabe der klassischen Aerodynamik ist die Untersuchung der Umströmung geometrischer Konfigurationen. In vielen Fällen ist dabei nur nach den aus der Umströmung resultierenden Kräften auf den Körper gefragt. Zu ihrer Ermittlung werden neben experimentellen Verfahren zunehmend theoretische Methoden herangezogen. Die Verwendung von Großrechnern gestattet inzwischen die Berechnung der Strömung um äußerst komplizierte Konfigurationen, wie sie z.B. ein Flugzeug mit Außenlasten darstellt. Diese Berechnung ist nach den bekannten Verfahren jedoch nur unter einschränkenden Voraussetzungen möglich.

So wird bei allen bekannten Verfahren eine gleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung vorausgesetzt. Diese Annahme ist in vielen, gerade technisch interessanten Fällen nicht erfüllt. In der vorliegenden Arbeit sollen gerade solche Strömungen betrachtet werden, bei denen die Anströmung inhomogen ist.

In Bild 1 sind einige Beispiele gezeigt:

1. 'super-stall'

Bei Flugzeugen mit T-Leitwerken gibt es bei sehr hohen Anstellwinkeln ($\alpha = 40^\circ$ bis 60°) einen stabilen Flugzustand, der aus der durch die Nachläufe von Flügeln, Rumpf- und Triebwerksgondeln gestörten Anströmung des Höhenleitwerks resultiert. Die Ruder- bzw. Höhenleitwerkswirksamkeit wird dann so gering, daß eine Rückkehr aus diesem überzogenen Flugzustand unmöglich erscheint.

2. Mehrfachspaltklappe

An der Flügelhinterkante moderner Flugzeuge sind komplizierte Klappensysteme angebracht, um einen möglichst großen Auftrieb bei niedrigen Geschwindigkeiten zu erzielen. Diese Klappen werden wegen der Nachläufe des Flügels und der vorgeschalteten Klappen sowie bei bestimmten Anordnungen vom Triebwerkstrahl sehr ungleichförmig angeströmt. Diese Ungleichförmigkeiten müssen bei der Auslegung und Optimierung der Klappen berücksichtigt werden, was jedoch bis heute weitgehend nur experimentell möglich ist. Wegen der Vielzahl von Parametern sind solche experimentellen Optimierungen natürlich ausgesprochen aufwendig.

3. Turbomaschinen

Die Ungleichförmigkeiten in der Anströmung von Schaufeln in Turbomaschinen resultieren aus den Nachläufen vorgeschalteter Stufen oder von Leitvorrichtungen.

Diese Ungleichförmigkeiten werden als Ursache für die aerodynamische Anregung von Schaufelschwingungen angesehen.

Die ungleichförmige Anströmung kann stationär sein, wie z.B. beim Tandemgitter, oder instationär bei Leit- und Laufrad.

Ein weiteres Beispiel sind Windkanalmessungen. Die Strömung in einem Windkanal wird durch feste Wände oder den Strahlrand begrenzt. Dadurch treten an Modellen zusätzliche Kräfte auf, welche bei einem homogenen, unendlich ausgedehnten Strömungsfeld nicht vorhanden sind. Um eine Übertragung der Versuchsergebnisse an Modellen auf das Original zu ermöglichen, müssen daher diese Kräfte bekannt sein.

Die Beispiele zeigen, daß Ungleichförmigkeiten in der Anströmung in vielen praktischen Fällen durchaus berücksichtigt werden müssen.

Die Ursache für die mitunter recht großen Effekte ist darin zu sehen, daß aus den Inhomogenitäten zusätzliche Kräfte und Momente auf Profile oder Schaufeln entstehen, welche nicht allein dadurch erfaßt werden können, daß der Gesamtdruck unmittelbar vor dem Profil bei der Berechnung berücksichtigt wird. Vielmehr haben auch die Geschwindigkeitsgradienten in der Anströmung und die Geschwindigkeitsverteilung im gesamten Strömungsfeld einen bedeutenden Einfluß.

Die Ursache für die Ungleichförmigkeiten in der Strömung können Reibungseinflüsse sein, wie z.B. in Nachlaufdüsen oder auch eine Energiezufuhr, wie in Propeller - oder bei Triebwerkstrahlen. Diese Ursache ist jedoch für die Bestimmung von Auftriebskräften an Profilen von geringerer Bedeutung.

Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist die Bestimmung des Einflusses von Ungleichförmigkeiten in der Anströmung auf die Umströmung von geometrischen Konfigurationen und damit die Ermittlung der resultierenden Druckverteilungen und Auftriebskräfte am umströmten Körper in ebenen Strömungen.

2. Aufgabenstellung

Es sollen stationäre ebene Strömungsfelder mit ungleichförmiger Anströmung theoretisch und experimentell betrachtet werden.

2.1 Theoretische Untersuchungen

Ziel der Untersuchung ist es, ein Berechnungsverfahren für beliebige geometrische Konfigurationen in einer ungleichförmigen Strömung zu entwickeln. Die Strömung soll zweidimensional, stationär und inkompressibel sein. Insbesondere ist nach der Druckverteilung auf der Wand und den resultierenden Auftriebskräften gefragt. Bekanntermaßen lassen sich Druckverteilungen und Auftriebskräfte aus einer reibungsfreien Theorie sehr gut berechnen, solange die Strömung nicht ablöst. Deshalb bleiben im folgenden die Reibungseinflüsse unberücksichtigt.

Mathematisch gesehen handelt es sich unter diesen Voraussetzungen um die Berechnung eines ebenen, reibungsfreien, drehungsbehafteten Strömungsfeldes, bei dem am Rand bestimmte Bedingungen zu erfüllen sind. Die Strömung wird durch nichtlineare elliptische partielle Differentialgleichungen - die Euler Gleichungen - beschrieben.

Das vorgestellte Berechnungsverfahren soll sowohl auf die Berechnung von Außenströmungen - Profile oder Schaufelgitter - als auch auf Innenströmungen - Kanalströmungen - anwendbar sein.

2.2 Experimentelle Untersuchungen

Ein Tragflügelprofil soll in einer ungleichförmigen Anströmung experimentell untersucht werden. Dabei sollen die Druckverteilung und der Auftrieb am Modell ermittelt werden. Der Vergleich der theoretischen mit den experimentellen Ergebnissen soll Aussagen über die Anwendbarkeit des vorgestellten Berechnungsverfahrens erlauben.

3. Übersicht über vorhandene experimentelle Arbeiten

3.1 Windkanalkorrekturen

Jede Windkanalmessung in offenen Meßstrecken ist strenggenommen eine Untersuchung an Modellen bei ungleichförmiger Anströmung. Der Windkanalstrahl weist endliche Abmessungen auf, wodurch Delleneffekte vorhanden sind.

Da in der Regel Aussagen über Modelle bei gleichförmiger Anströmung gewünscht werden, ist es üblich, bei der Auswertung der Messungen Korrekturen vorzunehmen. Dies ist jedoch nichts anderes als eine Berücksichtigung der Delleneffekte. Bekannt sind nur Verfahren, welche diese Effekte näherungsweise erfassen. Übersichten über diese Kanal-korrekturen werden von Pankhurst und Holder [1], Pope und Harper [2] und Garner [3] angegeben. Exakte Korrekturen sind bis heute in der Regel nicht möglich.

3.2 Messungen an Einzelprofilen

Im folgenden wird eine Übersicht vorhandener Arbeiten gegeben. Dabei werden für das Einzelprofil nur Arbeiten in zweidimensionaler, stationärer Strömung zitiert.

P. Ruden [4] untersucht symmetrische Profile in der Nachlaufströmung eines Widerstandskörpers in einem Freistrahwindkanal. Es werden zwei verschiedene Nachlaufdellen erzeugt. Die eine Delle weist eine nahezu rechteckige Geschwindigkeitsverteilung auf, so daß das Profilmodell nicht nur in einer Scherschicht, sondern auch in deren Umgebung untersucht wird. Die andere Delle besitzt eine kontinuierliche Geschwindigkeitsverteilung. Ergebnisse werden für den Auftrieb und das Nickmoment bei verschiedenen Lagen des Modells im Nachlauf angegeben.

A.K. Gupta und S.C. Sharma [5] führten Messungen an einem gewölbten Joukowsky-Profil in einer Scherschicht durch. Die Anströmung wurde durch eine Reihe von Gitterstäben erzeugt. Zur Verfügung stand ein Windkanal mit geschlossener Meßstrecke. Das Modell erstreckte sich über die gesamte Kanalbreite, so daß die Zweidimensionalität der Strömung sehr gut erreicht wurde.

Eine ähnliche Anordnung verwenden auch W.G. Brady und G.R. Ludwig [6] und G.R. Ludwig und J.C. Erickson Jr. [7]. Auch hier wurde eine ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung durch Gitterstäbe erzeugt, welche jedoch so angeordnet waren, daß das resultierende Geschwindigkeitsfeld aus einer Reihe von Scherschichten mit unterschiedlichem Geschwindigkeitsgradienten bestand. Messungen wurden an einem symmetrischen Joukowskyprofil bei verschiedenen Anstellwinkeln durchgeführt.

An einem ähnlichen Versuchsaufbau, jedoch bei anderen Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung führte R.J. Vidal [8,9,10] Messungen an einem symmetrischen Profil durch. Durch Anstrichbilder wurde auch die Ablösung der Grenzschicht untersucht.

W.A. Mair und O.J. Maull [11] und S.J. Price [12] untersuchen einen Kreiszyylinder im Nachlauf eines zweiten Kreiszylanders. Dabei werden starke Wechselwirkungen zwischen der ablösenden Strömung auf dem ersten Zylinder und der Umströmung des zweiten Zylinders beobachtet.

Messungen an einem Kreiszyylinder in einem Freistrahle werden von Khudiakov [13] mitgeteilt.

Für die Bestimmung der Flügel-Höhenleitwerksinterferenz ist die Kenntnis des Nachlaufes eines Flügels von großer Bedeutung. Systematische Messungen dieser Nachläufe

an verschiedenen Flügeln werden in Form eines Kataloges von Katzoff et.al.[14,15] mitgeteilt. Aus den Ergebnissen werden empirische Formeln für den Verlauf und die Ausbreitung der Nachlaufdellen mitgeteilt.

Messungen an Kombinationen von Flügel und Höhenleitwerk wurden von Siegler et al. [16,17,18] durchgeführt. Es handelt sich dabei um Prinzipmodelle, welche Aussagen über die Flügel-Höhenleitwerks-Interferenz gestatten.

Die Bedeutung der Delleneffekte auf die optimale Auslegung einer Mehrfachspaltklappe an der Hinterkante eines Flügels zeigen zwei Arbeiten von B.L.G. Ljungström [19,20]. Aus seinen Untersuchungen geht hervor, daß die Nachlaufdellen von Flügeln und Klappe nicht ineinander laufen (Bild 1), sondern nebeneinander über das Profil hinwegströmen. Die turbulenten Austauschvorgänge infolge der Viskosität des Fluids laufen so langsam ab, daß die Dellen erst weit hinter dem Profil ineinander laufen. Dieses Verhalten ist für ein theoretisches Modell für Nachlaufströmungen von großer Bedeutung.

3.3 Arbeiten über Profile in Schaufelgittern

Die ungleichförmige Anströmung von Schaufelgittern kann stationär, wie z.B. beim Tandemgitter, oder instationär sein. Messungen stationärer Strömungen können natürlich einfacher durchgeführt werden als in instationären Strömungen. Dafür sind stationäre Ergebnisse nur unter Einschränkungen auf instationäre Vorgänge anwendbar. Zur Analyse der komplexen Strömungsvorgänge hat jedoch auch ein stationäres Verfahren seine volle Berechtigung.

Systematische Messungen der Nachläufe in Gittern werden von R. Raj und B. Laksminarayana [21] mitgeteilt. Sie geben eine empirische Korrelation für die Ausbreitung und die

Geschwindigkeitsverteilung in den Nachläufen an, welche derjenigen von Katzoff et al. [14,15] entspricht.

Messungen an Tandemgittern mit dem Ziel der optimalen Anordnung der Stufen werden von H. Ohashi [22,23], S. Müftüoğlu [24] und P. Pal [25] durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, daß die Einflüsse der potentialtheoretischen Interferenz bei wachsendem Abstand der Gitterstufen sehr schnell abklingen. So kann ab einem Abstand von ca. 0,2 l von der ersten zur zweiten Stufe eine potentialtheoretische Interferenz vernachlässigt werden. Die Einflüsse der Nachläufe des vorgeschalteten Gitters werden dagegen auch bei Abständen der Stufen beobachtet, die in der Größenordnung der Schaufeltiefe liegen.

4. Experimentelle Untersuchung der Strömung eines Profils in einer Scherschicht

Es wird die Strömung um ein Profil in einer Scherschicht zwischen zwei Geschwindigkeitsfeldern mit unterschiedlichem, aber konstantem Gesamtdruck experimentell untersucht. An diesem einfachsten Beispiel einer inhomogenen Anströmung können jedoch alle Effekte, welche bei ungleichförmigen Anströmungen auftreten, untersucht werden.

4.1 Methoden zur Erzeugung beliebiger Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung

Die Erzeugung einer sprungförmigen Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung ist bei endlichen Reynoldszahlen im Experiment nicht möglich. Wegen der Viskosität des Fluids erhält man im Übergangsbereich zwischen zwei Strömungsfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck eine Scherströmung.

Um deutliche Effekte der Inhomogenität auf die Profilströmung zu erhalten, wurde ein möglichst großer Geschwindigkeits-

gradient in der Scherschicht angestrebt.

In der Literatur werden verschiedene Verfahren zur Erzeugung vorgegebener Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung angegeben. Ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung lassen sich durch die Nachlaufströmung eines Widerstandskörpers erzeugen. Dieses Verfahren wurde u.a. von P. Ruden [4] verwendet. Wegen der von S.J. Price [12] beobachteten Wechselwirkungen zwischen dem Modell und der abgelösten Strömung am Widerstandskörper kann dieses Verfahren nur bei einem genügend großen Abstand zwischen Modell und Verdrängungskörper angewendet werden.

Ein weiteres Verfahren ist aus der Bauwerksaerodynamik bekannt. Zur Simulation der Bodengrenzschicht wird eine Scherschicht verlangt, welche einen mit dem Wandabstand stetig abnehmenden Geschwindigkeitsgradienten besitzt. Diese Geschwindigkeitsverteilung läßt sich durch ein Gitter aus zylindrischen Stäben erreichen, welche in unterschiedlichem Abstand zueinander, senkrecht zur Anströmung und parallel zur Wand, vor der Meßstrecke angeordnet werden. Wegen der oszillierend abgelösten Nachläufe der Stäbe ist die Geschwindigkeitsverteilung wellenförmig. Diese Wellen gleichen sich durch die Viskosität des Fluids langsam aus, so daß man in großem Abstand eine sehr schön gleichförmige Geschwindigkeitsverteilung erreicht. Dieses Verfahren ist sehr weit verbreitet und wird von C. Cowdrey [26], Yule [27], R.J. Vidal [8,9,10], Owen und Zienkiewicz [28], J.F. Barrow et al. [29] und von A. Lloyd [30] beschrieben.

Zur Erzeugung großer Geschwindigkeitsgradienten in der Anströmung oder bei geringem Abstand des Stabgitters zum Modell ist dieses Verfahren weniger geeignet. Eine Modifikation, von Lloyd [30], der statt Stäben ebene Platten vorschlägt, verbessert die prinzipiellen Nachteile

dieses Verfahrens für die vorgesehene Anwendung nicht. Es sind immer noch große Ausgleichslängen erforderlich, bis eine gleichförmige Geschwindigkeitsverteilung erreicht wird.

Als besser geeignet erweisen sich Siebe, wie sie W. Wuest [31] und ebenfalls A. Lloyd [30] vorschlagen. Werden sehr feine Siebe verwendet, erhält man eine Geschwindigkeitsverteilung, welche schon unmittelbar hinter dem Sieb eine äußerst geringe Welligkeit aufweist. Damit verbunden ist jedoch ein großer Druckverlust, der ihre Anwendung in Kanälen mit geringer Antriebsleistung erheblich einschränkt.

Zur Erzeugung stufenförmiger Geschwindigkeitsverteilungen hat sich die Verwendung von feinen Wabengittern als optimal erwiesen. Sie haben nahezu dieselben Eigenschaften wie die Siebe und liefern ebenfalls schon unmittelbar hinter dem Gitter eine gleichförmige Geschwindigkeitsverteilung. Ihr Vorteil besteht darin, daß die Druckverluste erheblich geringer sind als bei Sieben.

Eine Wechselwirkung zwischen Modell und Gitter kann, auch bei geringen Abständen, nicht nachgewiesen werden. Die Ursache ist darin zu sehen, daß die kinetische Energie der Anströmung nicht in abgelösten Nachlaufströmungen, wie z.B. beim Stabgitter, dissipiert, sondern infolge der Reibung an den Zellwänden.

Aus diesen Gründen wurden Wabengitter für die vorgesehenen Untersuchungen verwendet.

4.2 Der Versuchsaufbau

4.2.1 Der Windkanal

Die experimentellen Untersuchungen werden im 0,6x0,8 m Kanal englischer Bauart des Instituts für Thermo- und Fluidodynamik der Ruhr-Universität Bochum durchgeführt. Dieser Kanal wurde für die vorgesehenen Untersuchungen speziell entworfen. Er weist eine Kanalstrecke mit rechteckigem Querschnitt auf, welche besonders für Untersuchungen an Profilmodellen bei ungleichförmiger Zuströmung geeignet ist. Die Zuströmbedingungen wurden durch Wabengitter erzeugt, die senkrecht zur Kanalachse verfahren werden können.

Der Kanal arbeitet im Saugbetrieb. Bild 2 zeigt die Kanalstrecke mit dem Gebläse.

Die Kontur der Einlaufdüse ① wurde anhand einer Arbeit von Salter [32] ermittelt. Untersuchungen mit der Faden-sonde zeigen, daß an keiner Stelle Ablösung auftritt. Lediglich in den Ecken lassen sich mit einem Wirbelrädchen Strömungsgebiete mit Drehung nachweisen. Hinter der Einlaufdüse ist ein Wabengitter ② eingebaut, wodurch eine drall- und wirbelfreie Strömung in der Kanalstrecke erreicht wird.

Die Kanalstrecke ③ ist als Ausgleichsstrecke für eventuell noch vorhandene Geschwindigkeitsunterschiede gedacht. Hier befindet sich auch die Referenzmeßstelle ④, welche aufgrund einer Eichmessung direkte Aussagen über die mittlere Geschwindigkeit in der Meßstrecke erlaubt.

Zwischen der Eintrittsdüse und dem Beginn der Meßstrecke erfolgt keine Querschnittsänderung. Das Wabengitter zur Erzeugung einer vorgegebenen Geschwindigkeitsverteilung

in der Meßstrecke ist in der Vorrichtung (5) eingebaut. Sie besteht aus einem Rahmen, in welchem das ausgewählte Wabengitter mittels einer Klemmvorrichtung arretiert wird. Der Rahmen wird durch eine Spindel in der Höhe verfahren. Damit ist eine Verschiebung der inhomogenen Geschwindigkeitsverteilung relativ zum feststehenden Profil möglich. Die gesamte Vorrichtung befindet sich in einem abgeschlossenen Kasten, wodurch eine Störung der Kanalströmung durch das Ansaugen von Luft vermieden wird.

Die Seitenwände der Meßstrecke (6) bestehen aus Plexiglas. Deshalb ist eine gute Einsicht in der Meßstrecke gewährleistet. Sie eignet sich damit auch sehr gut zur optischen Untersuchung von Strömungen, sei es durch Laser-Doppler-Anemometrie oder eine einfache Strömungssichtbarmachung durch Rauch. Die Vorrichtung (7) dient zur Aufnahme des Profilmodells (8). Das Profil kann in der Höhe verfahren werden. Davon wird jedoch im folgenden kein Gebrauch gemacht.

Zur Vermeidung eines axialen Geschwindigkeitsgradienten in der Meßstrecke, welcher aus der Zunahme der Grenzschichtdicke im Kanal resultiert, besitzt die Meßstrecke divergierende Kanalwände. Der Erweiterungswinkel beträgt $0,2^\circ$. Eichmessungen zeigen, daß diese Maßnahme den gewünschten Erfolg erzielt. An die Meßstrecke schließt sich eine Kanalstrecke mit Atmungsöffnungen (9) an.

Das Wabengitter (10) im Eintritt des Diffusors (11) dient zur Vermeidung der Rückwirkungen des Gebläses auf die Kanalstrecke. Im Diffusor (11) geht der Kanalquerschnitt von rechteckig auf kreisförmig über. Der Öffnungswinkel beträgt 6° . Der Diffusoraustritt ist gleich-

zeitig der Gebläseeintritt (12). Es handelt sich um ein Radialgebläse mit Trommelläufer, welches über einen Umlenkdiffusor (13) in den Raum bläst. Dieser Diffusor besteht aus einem Tandemgitter, in welchem die Strömung um 30° umgelenkt wird. Die Schaufeln sind nach einer von Ohashi [22] vorgeschlagenen optimierten Anordnung eingebaut. Nur durch diese Anordnung läßt sich auf so kleinem Raum ein Diffusor mit dem sehr großen Flächenverhältnis von 2 verwirklichen.

Die Antriebsleistung des Gebläses beträgt 32 kW. Der Kanal hat eine maximale Strömungsgeschwindigkeit von 30 m/s. Der Durchsatz beträgt dabei ca. $15 \text{ m}^3/\text{s}$. Durch Anwendung einer Thyristorsteuerung ist eine stufenlose Geschwindigkeitsregelung möglich. Bild 3 zeigt die Gesamtaufnahme des Kanals.

4.2.2 Einrichtungen zur Erzeugung von ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen

Die Versuchseinrichtung besteht aus einer Aufnahmevorrichtung für das Geschwindigkeitsgitter vor der Meßstrecke. In der Meßstrecke selbst wird das Profilmodell eingebaut. Das Geschwindigkeitsgitter ist in Bild 4 dargestellt. Durch die Verfahreneinrichtung kann das Gitter um $\pm 150 \text{ mm}$ aus der Kanalmitte verschoben werden. Eichmessungen zeigten, daß die Geschwindigkeitsverteilung hinter dem Gitter nicht gleichförmig war, sondern den gezeigten Verlauf (Kurve "ohne Platte") aufwies. Durch Einbau einer Trennplatte konnte dieser Effekt reduziert werden. Bild 5 zeigt die Strömung um das Wabengitter. Vor der Wabe ist der statische Druck größer als in der freien Strömung. Dadurch wird die Strömung um das Gitter gelenkt. Es strömt mehr Fluid am Gitter vorbei als durch das Gitter. Wird keine Abdeckplatte verwendet, so führt die Verdrängung des Fluids durch das Gitter zu dem in

Bild 4 skizzierten Geschwindigkeitsverlauf. Durch die Platte wird die Verdrängung der Strömung so weit nach vorne verschoben, daß die Störungen bereits am Gitter wieder abgeklungen sind.

Der Verlauf der Stromlinien am Gitter zeigt auch, daß hinter dem Gitter eine gleichförmige Verteilung des statischen Druckes zu erwarten ist. Das Fluid strömt durch das Wabengitter mit konstanter Geschwindigkeit, wobei allerdings der statische Druck infolge der Dissipation kleiner wird. Das Fluid, welches an dem Wabengitter vorbeiströmt, wird gegenüber der Anströmung beschleunigt, so daß auch hier der statische Druck geringer wird.

Das Gitter besteht aus sechseckigen Waben mit einem Wabenmaß von $d = \frac{1}{8}'' = 3,2 \text{ mm}$. Die Abmessungen des Gitters sind der Skizze einer solchen Wabe in Bild 5 zu entnehmen.

Bild 6 zeigt eine Gesamtansicht der Meßstrecke mit der Lage der Druckmeßstellen. Das Profilmmodell wird 290 mm hinter dem Gitter eingebaut.

4.2.3 Das Profilmmodell

Die Untersuchungen wurden an einem Modell des symmetrischen Profils NACA 64 A 010 durchgeführt. Die Koordinaten wurden dem NACA-Report 903 [33] entnommen. Das Modell ist aus Epoxydharz hergestellt und erstreckt sich über die gesamte Kanalbreite. Die Profiltiefe ist 200 mm. Das geometrische Seitenverhältnis beträgt $\Lambda = 3,2$. Es wird in zwei Punkten in einer Vorrichtung gelagert, die die Änderung des Anstellwinkels gestattet. Der Drehpunkt liegt dabei im Mittelpunkt der Profilhöhe.

Zur Bestimmung der Druckverteilung sind 40 Druckmeßbohrungen im Mittelschnitt des Profils auf der Oberfläche so verteilt, daß in der Umgebung der Profilnase und der Hinterkante eine Häufung erreicht wird. Bild 7 zeigt das Profil. In einer Tabelle werden die Koordinaten der Bohrungen angegeben. Die Meßleitungen sind in das Modell eingegossen und werden durch die Drehachse seitlich herausgeführt (Bild 8).

4.3. Durchführung der Messungen

Um die Kanalkorrekturen klein zu halten, wurde das Modell in der Kanalmitte eingebaut. Der Drehpunkt liegt auf der Kanalachse. Durch ein Verschieben des Wabengitters kann der Durchgang eines Profils durch eine Scherschicht untersucht werden. Das dabei verwendete Wabengitter ist in Bild 4 dargestellt. Bei voller Windkanalleistung wird ein Geschwindigkeitsverhältnis in der Zuströmung von

$$\lambda = \frac{w_I}{w_{II}} = 1,60$$

erreicht.

Die Geschwindigkeiten betragen:

$$w_I = 21,3 \text{ m/s}$$

$$w_{II} = 13,3 \text{ m/s} \quad .$$

Damit ergibt sich am Profil eine Reynoldszahl von

$$Re_I = \frac{w_I \cdot \ell}{\nu} = 280 \text{ } 000$$

$$Re_{II} = \frac{w_{II} \cdot \ell}{\nu} = 180 \text{ } 000 \quad .$$

Untersuchungen von F.W. Schmitz [34] zeigen, daß bei niedrigen Reynoldszahlen eine Abhängigkeit des Auftriebswertes c_A von der Reynoldszahl zu beobachten ist. Um diesen Einfluß auszuschalten, wurde auf der Ober- und Unterseite in 5 mm Abstand von der Profilnase jeweils ein Stolperdraht von 0,25 mm Durchmesser aufgeklebt. Kontrollmessungen zeigen, daß damit der Einfluß der Reynoldszahl sehr stark reduziert wurde.

Die Aufnahme der Druckverteilung auf der Profilkontur erfolgte über einen elektrischen Druckgeber PDCR 22 mit dem Meßbereich ± 700 mm WS. Die Genauigkeit des Druckgebers beträgt 0,4 mm WS. Durch häufiges Abgleichen läßt sich ein Einfluß von Temperaturänderungen im Raum vermeiden. Die Druckmeßbohrungen wurden über einen pneumatischen Meßstellenumschalter (Scanivalve) mit dem Druckgeber verbunden. Das Drucksignal wurde auf einem Oszilloskop angezeigt und anschließend über einen x-y-Schreiber aufgezeichnet. Bild 9 zeigt eine Aufnahme der Meßstrecke mit der Meßanordnung, die in Bild 10 gesondert wiedergegeben ist.

Es wurde die Druckdifferenz $p - p_{\text{stat}}$ ermittelt. Die statische Druckmeßstelle ist in Bild 6 eingetragen. Sie liegt in der Meßstrecke in der Nähe des Profils an der oberen Kanalwand. Die mittlere Geschwindigkeit im Kanal wurde an der Referenzdruckmeßstelle (4), Bild 2, über ein Betz-Manometer gemessen, dessen Ablesegenauigkeit bei 0,1 mm WS liegt. Durch eine Eichmessung war sichergestellt, daß die Referenzgeschwindigkeit der mittleren Geschwindigkeit vor der Meßstrecke entspricht. Für die Druckmessungen im Kanal wurden Prandtl- und Pitot-Sonden verwendet. Die Drücke wurden auf einem Prandtl-Manometer angezeigt, dessen Ablesegenauigkeit bei 0,05 mm WS liegt.

4.4 Meßergebnisse

4.4.1 Profil in homogener Anströmung

In Bild 11 sind für die Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 3^\circ$ die gemessenen und die aus einer reibungslosen Theorie für Profile in ebener Strömung berechneten Druckverteilungen eingezeichnet. Der Vergleich zeigt eine recht gute Übereinstimmung. Die Abweichungen der theoretischen und experimentellen Druckverteilungen an der Profilnase sind auf eine direkte Störung der Meßbohrung durch den Stolperdraht zurückzuführen. Die Reynoldszahl an der Profilhinterkante betrug ca. 300 000.

In Bild 12 ist der Auftriebsbeiwert c_A über dem Anstellwinkel α aufgetragen. Für die gemessenen Auftriebe wurden die Kanalkorrekturen nach den in [1,2 und 3] beschriebenen klassischen Verfahren berechnet. Sie betrugen maximal 2 %. Diese Korrektur liegt im Rahmen der Meßgenauigkeit, weshalb auf die Kanalkorrektur verzichtet werden kann.

Aus Bild 12 ergibt sich der Auftriebsanstieg zu:

$$\frac{dc_A}{d\alpha}_{\text{exp}} = 5,3$$

Das effektive Seitenverhältnis des Modellflügels ist

$$\Lambda_{\text{eff}} = 10,4$$

Bei kleinen Reynoldszahlen hängt die reibungsbehaftete Strömung an der Hinterkante trotz Stolperdrahtes sehr stark von der Reynoldszahl ab. Dadurch wird die Abströmung an der Hinterkante und damit auch der Auftrieb von der Reynoldszahl beeinflusst. Dieses Verhalten läßt sich durch eine reibungsbehaftete Theorie nicht erfassen. Vielmehr ist eine Grenzschichtrechnung erforderlich, die die besonderen Bedingungen an der Hinterkante berücksichtigt.

Ein Berechnungsverfahren für Profile auch bei kleinen Reynoldszahlen wird für ebene Strömungen bei Melnik et al.[35] angegeben. Danach ist der Auftriebsanstieg bei kleinen Reynoldszahlen nicht konstant, sondern wird mit zunehmendem Anstellwinkel kleiner.

Für einen Anstellwinkel von $\alpha = 5,5^\circ$ bei einer Reynoldszahl von 300 000 wurde der Auftrieb des vorliegenden Profils nach der Theorie von Melnik berechnet. In erster Näherung kann der Auftrieb als linear über dem Anstellwinkel angesehen werden. Danach berechnet sich der Auftriebsanstieg zu:

$$\left(\frac{dc_A}{d\alpha} \right)_{\text{Melnik}} = 5,9$$

Der Vergleich von Theorie und Experiment ergibt:

$$\frac{\left(\frac{dc_A}{d\alpha} \right)_{\text{exp}}}{\left(\frac{dc_A}{d\alpha} \right)_{\text{Melnik}}} = 0,89$$

Dieser Unterschied zwischen theoretischem und experimentellem Auftriebsanstieg deutet daraufhin, daß die Strömung in der Meßstrecke nicht vollkommen zweidimensional ist.

4.4.2 Die Strömung in der Meßstrecke hinter dem Wabengitter

Die Geschwindigkeitsverteilung wurde in den beiden Meßstellen ① und ② (Bild 7) ermittelt. Der Abstand der Meßstellen zueinander beträgt 700 mm und der zum Gitter 220 mm bzw. 920 mm. Das Profil war noch nicht eingebaut. Damit sind Aussagen über die Änderungen der Geschwindigkeitsverteilung in der Meßstrecke durch die turbulenten Austauschvorgänge möglich. Die Messungen wurden für verschiedene Gitterhöhen im Kanal durchgeführt.

Der Abstand der Oberseite des Geschwindigkeitsgitters zur Kanalmitte ist Δh . Positive Δh entsprechen größerer Gitterhöhe, negative kleinerer Gitterhöhe als in der mittleren Lage. In Bild 13 ist die Geschwindigkeitsverteilung über dem Querschnitt für $\Delta h = 15 \text{ cm}$ und $\Delta h = 0$ aufgetragen. Die Breite der Scherschicht ist 10 cm und das Geschwindigkeitsverhältnis zwischen den Gebieten mit konstantem Gesamtdruck $\lambda = 1,6$. Wegen der turbulenten Austauschvorgänge ist der Geschwindigkeitsgradient in der Scherschicht an der Meßstelle ② kleiner als an der Meßstelle ①. Trotz des großen Abstandes der Meßstellen sind die Unterschiede gering. Aus diesem Grund liegen nur vernachlässigbar kleine Änderungen in der Geschwindigkeitsverteilung über der Profiltiefe vor. Der mittlere Geschwindigkeitsgradient in der Scherschicht beträgt

$$\frac{dU}{dy} = 0,9 \frac{1}{s}.$$

Der statische Druck wurde aus den statischen Bohrungen eines Prandtlrohres ermittelt.

Die Auftragung in Bild 14 für $\Delta h = 0$ zeigt, daß der statische Druck in der Meßstrecke über der Kanalhöhe nahezu konstant ist. Die geringen Abweichungen in der Kanalmitte dürften Meßfehler sein wegen der Schräganströmung der Meßsonde in der Scherschicht.

Auch beim statischen Druck sind nur geringe Unterschiede zwischen den Meßstellen ① und ② zu beobachten. Damit kann eine Änderung der Geschwindigkeitsverteilung über das Profil vernachlässigt werden.

Die Richtungsverteilung in der Strömung wurde mittels eines Rauchversuches sichtbar gemacht. Die Bilder 15, 16 und 17 zeigen die Ergebnisse bei unterschiedlichen Positionen

der Rauchsonde im Kanal. Man erkennt das eingebaute Profilmodell, welches aus der Umgebung der Sonde herausgefahren wurde, um eine Störung zu vermeiden. Das Wabengitter ist im Hintergrund erkennbar. Die Positionen der Sonde sind in Bild 6 eingetragen. Die Punkte A, B und C entsprechen den Bildern 15, 16, 17. Man sieht, daß der Turbulenzgrad im Nachlauf des Gitters (Bild 17) kleiner ist als in der freien Strömung (Bild 15). In der Scherschicht (Bild 16) wird der Rauchfaden unmittelbar hinter der Rauchsonde verwirbelt.

Die Ergebnisse lassen erkennen, daß durch das "Entrainment" Fluid in die Scherschicht hineingezogen wird.

Nach einer Rechnung von Yule [27] sind maximale Ablenkungswinkel von ungefähr $0,3^\circ$ zu erwarten.

4.4.3 Das Profil bei inhomogener Anströmung

Das Profilmodell NACA 64 A 010 ist an der in Abschnitt 4.2.2 bezeichneten Stelle in der Kanalmitte eingebaut. Die Druckverteilung wurde nach der in 4.3 beschriebenen Methode für verschiedene Höhen des Geschwindigkeitsgitters in der Meßstrecke aufgenommen.

Der Druckbeiwert c_p und der Auftriebsbeiwert c_A beschreiben die Druckverteilung und den Profilauftrieb. Sie werden mit der örtlichen Anströmgeschwindigkeit vor der Profilnase gebildet.

An dieser Stelle werden nur einige Beispiele für Druckverteilungen auf der Kontur angegeben. Sie sind in Bild 18 dargestellt. Es ist die Druckdifferenz von Profilober- und Unterseite

$$\Delta c_p = c_{pu} - c_{po}$$

für verschiedene $\Delta h/l$ und unterschiedliche Anstellwinkel α aufgetragen.

Durch Integration erhält man daraus den Auftriebsbeiwert c_A . Der Einfluß der Scherschicht auf den Profilauftrieb wird durch eine Auftragung von c_A über $\Delta h/l$ bei festgehaltenem Anstellwinkel α deutlich. Die Ergebnisse sind in Bild 19 eingetragen. Wegen der in Abschnitt 4.4 gezeigten Ergebnisse wurde keine Kanalkorrektur durchgeführt.

Das Verhalten der Ergebnisse läßt sich durch einen linearisierten Ansatz beschreiben:

$$c_A = c'_{A\infty} \left(\eta_I \alpha + \eta_{II} \alpha_{0\infty} + \eta_{III} \frac{d}{l} \right) \quad (1)$$

$c'_{A\infty}$ ist der Auftriebsanstieg in ungestörter, homogener Strömung. Aus Messungen am vorliegenden Modell ist der Auftriebsanstieg bei gleichförmiger Zuströmung bekannt:

$$c'_{A\infty} = 5,3$$

Die einzelnen Terme in Gleichung (1) beschreiben den Einfluß der inhomogenen Anströmung auf die Profilparameter, welche für die Entstehung des Auftriebs ausschlaggebend sind:

$\eta_I \alpha$ Einfluß des Anstellwinkels α

$\eta_{II} \alpha_{0\infty}$ Einfluß der Profilwölbung, wobei nach der Skeletttheorie gilt:

$$\alpha_{0\infty} = -2 \frac{f}{l}$$

$\eta_{III} \frac{d}{l}$ Einfluß der Profildicke

Die Analogie zur Skeletttheorie ist offensichtlich. Für Profile in homogener Anströmung werden η_I und η_{III} zu eins.

Der Ansatz (1) wurde in dieser Form von P. Ruden [36,37] vorgeschlagen.

Die experimentellen Untersuchungen wurden an einem symmetrischen Profil durchgeführt. Der Nullanstellwinkel $\alpha_{0\infty}$ wird dann gerade zu Null. Damit erhält man:

$$c_A = c'_{A_0} (\eta_I \alpha + \eta_{III} \frac{d}{l}) \quad (2)$$

Die Koeffizienten η_I und η_{III} sind keine Konstanten, sondern hängen von der Geschwindigkeitsverteilung in der Zuströmung und der Lage des Profilmodells in der Scherschicht ab.

Diese Koeffizienten lassen sich aus den Versuchsergebnissen ermitteln. Dazu wurde in Bild 20 der Auftriebsbeiwert C_A , bezogen auf die örtliche Anströmgeschwindigkeit, in Abhängigkeit des Anstellwinkels α für verschiedene Positionen des Profilmodells in der Strömung aufgetragen.

Die Darstellung zeigt, daß der Auftriebsanstieg für jeweils eine Position des Modells in der Scherschicht konstant ist. Nach Gleichung (2) erhält man den Koeffizienten η_I aus dem Auftriebsanstieg und η_{III} aus dem Auftrieb bei dem Anstellwinkel von 0° . Die Ergebnisse sind zusammen mit dem Auftriebsanstieg in einer Tabelle in Bild 20 zusammengefaßt. Man erkennt, daß η_I und η_{III} immer positiv sind. η_{III} nimmt in der Mitte der Scherschicht seinen größten Wert an, während η_I mit zunehmender örtlicher Anströmgeschwindigkeit ebenfalls größer wird.

Der maximale Auftriebsanstieg beträgt:

$$\left(\frac{dc_A}{d\alpha} \right)_{\max} = 7,15$$

Der Vergleich mit der ungestörten Anströmung zeigt eine Zunahme von 38%.

Aus dem Verhalten von η_I und η_{III} lassen sich die Ergebnisse aus Bild 19 erklären:

Für positive Anstellwinkel addieren sich die Delleneffekte für den Anstellwinkel und die Profildicke. Bei negativen Anstellwinkeln wird der erste Term in Gleichung (2) negativ. So gibt es einen Anstellwinkel, bei dem sich die Einflüsse von Profildicke und Anstellwinkel nahezu aufheben. Dies ist, wie die Ergebnisse zeigen, beinahe für $\alpha = -1,5^\circ$ der Fall. Bei größeren negativen Anstellwinkeln dominiert der Einfluß des Anstellwinkels. Für $\alpha = 0^\circ$ wird nur der Einfluß des Dickeneffekts beobachtet.

In Bild 19 wurde zum Vergleich der Auftriebsbeiwert c_A für die einzelnen Anstellwinkel bei homogener Anströmung eingetragen, wobei die örtlichen Unterschiede im Gesamtdruck der Anströmung berücksichtigt wurden. Die durch ein Punktraster kenntlich gemachten Felder zeigen den Einfluß der inhomogenen gegenüber der homogenen Anströmung. Für $\frac{\Delta h}{\ell} = 0,5$ und $\frac{\Delta h}{\ell} = -0,5$ ist bereits ein Einfluß der Kanalwand auf die Scherströmung zu beobachten. Die Stromlinien können, bildlich gesprochen, nicht mehr so stark durch das Profil ausgelenkt werden. Der Meßfehler, resultierend aus Ungenauigkeiten in der Druckmessung, ist kleiner als 2%. Durch das "Entrainment" ist der Anstellwinkel α mit einem Fehler behaftet, der gerade in der Scherschicht am größten ist und außerhalb verschwindet. In der Mitte der Scherschicht ist der Fehler im Anstellwinkel nach Yule [27] $0,3^\circ$, was nach der linearisierten Theorie einer Änderung des Auftriebs von $\Delta c_A = 0,03$ entsprechen würde.

Eine Korrektur der Auftriebsverteilung bezüglich des Anstellwinkels wurde nicht durchgeführt, da der berechnete Fehler nicht im Experiment nachgewiesen werden konnte. Messungen des Richtungsfeldes in Scherströmungen durch Sonden sind ja nahezu unmöglich.

Weil dieser Fehler durch die Viskosität des Fluids und der Turbulenz in der Scherschicht verursacht wird, läßt er sich nicht vermeiden. Jede Messung an einem Profil in einer Scherschicht ist mit diesem Fehler behaftet.

5. Grundlagen der Berechnungsverfahren

5.1 Die Grundgleichungen

Die Grundgleichungen der Strömungsmechanik sind die Navier-Stokes-Gleichungen. Sie beschreiben auch die ungleichförmige Umströmung von Profilen. Diese Gleichungen stellen ein System nichtlinearer, partieller, elliptischer Differentialgleichungen zweiter Ordnung dar, die bis heute noch nicht vollständig analytisch und numerisch lösbar sind. Deshalb sind vereinfachende Annahmen notwendig.

Unter der Voraussetzung, daß es sich um eine inkompressible, reibungsfreie und stationäre Strömung handelt, reduzieren sich die Navier-Stokes-Gleichungen auf die Eulerschen Bewegungsgleichungen, siehe K. Gersten [38], welche hier für eine ebene Strömung in einem kartesischen Koordinatensystem formuliert sind:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (5)$$

Gleichung (3) ist die Kontinuitätsgleichung, die Gleichungen (4) und (5) stellen eine Impulsbilanz in den beiden Koordinatenrichtungen dar. Die Drehung im Strömungsfeld ist definiert durch:

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (6)$$

Einführen der Drehung ω in die Gleichungen (4) und (5) und Elimination des statischen Druckes führen auf die Wirbeltransportgleichung:

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

Aus dieser Gleichung folgt, daß die Drehung auf den Stromlinien konstant ist. Diese Aussage wird auch als Helmholtzscher Wirbelsatz bezeichnet.

Bei einer ungleichförmigen Anströmung ist die Drehung eine Funktion von x und y , während sie bei einer gleichförmigen Geschwindigkeitsverteilung verschwindet. Damit ist die Drehung ω ein direktes Maß für die Ungleichförmigkeiten in der Anströmung. Strömungen mit ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung sind drehungsbehaftet.

Es ist üblich, eine Stromfunktion Ψ einzuführen, welche längs der Stromlinien konstant ist. Sie ist definiert durch:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad ; \quad v = - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (8)$$

Die Kontinuitätsbedingung (3) wird von der Stromfunktion Ψ identisch erfüllt. Außerdem ist die Drehung nur eine Funktion von Ψ .

Einführen von Ψ in Gleichung (6) führt zu:

$$\Psi_{xx} + \Psi_{yy} = -2 \omega(\Psi) \quad (9)$$

Diese Gleichung kann für vorgegebenes $\omega(\Psi)$ als eine Bestimmungsgleichung für die Stromfunktion Ψ gedeutet werden. Jede Lösung von Gleichung (9) erfüllt auch die Wirbeltransportgleichung und damit auch die Eulerschen Bewegungsgleichungen. Durch die Stromfunktion Ψ wird unter den genannten Voraussetzungen, das Strömungsfeld vollständig beschrieben.

Gleichung (9) ist eine elliptische, partielle Differentialgleichung, welche für allgemeine Randbedingungen nicht geschlossen analytisch gelöst werden kann. Der Typ dieser

Gleichung wird durch die Drehung $\omega(\Psi)$ bestimmt, die in Form einer Randbedingung vorgegeben werden kann.

In Bild 21 sind die einzelnen Möglichkeiten zur Vorgabe von $\omega(\Psi)$ und die daraus resultierenden Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung dargestellt. Es lassen sich die folgenden Fälle unterscheiden:

1. $\omega(\Psi) = 0$

Dadurch reduziert sich Gleichung (9) auf die bekannte Laplace- Gleichung

$$\Delta \Psi = 0. \quad (10)$$

Diese Gleichung ist eine partielle, elliptische Differentialgleichung. Ihre Lösung ist Gegenstand der klassischen Potentialtheorie. Für bestimmte Randbedingungen sind analytische Lösungen dieser Gleichung bekannt.

2. $\omega(\Psi) = \text{const.}$

Damit wird Gleichung (9) zu:

$$\Delta \Psi = -2\omega = \text{const.} \quad (11)$$

Diese Gleichung wird in der Literatur als Poisson-Gleichung bezeichnet. Sie ist eine lineare, inhomogene partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Stromfunktion Ψ . Ihre Lösung setzt sich aus einer allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung zusammen. Die homogene Gleichung ist gerade die Laplace-Gleichung, so daß die Berechnungsverfahren der Potentialtheorie auch auf diese Gleichung angewendet werden können. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung ist nicht mehr konstant, sondern weist einen konstanten Gradienten auf.

3. $\omega(\Psi) = -\frac{c^2}{2} \Psi$

Hängt die Drehung ω linear von der Stromfunktion Ψ ab, so wird Gleichung (9) zu der linearen Differentialgleichung:

$$\Delta \Psi - c^2 \Psi = 0 \quad (12)$$

Aus Gleichung (12) folgt unmittelbar, daß für reelle c eine exponentielle Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung vorliegt:

$$u(y) = a e^{cy} + b e^{-cy} \quad (13)$$

Für diese Anströmung wurde von J. Weissinger [39] die Umströmung elliptischer Profile berechnet.

4. $\omega(\Psi) = f(\Psi)$

Für beliebige vorgegebene Geschwindigkeitsverteilungen wird die Strömung beschrieben durch:

$$\Delta \Psi = -2f(\Psi) \quad (14)$$

Diese Gleichung kann nur numerisch gelöst werden.

5.2 Folgerungen für Berechnungsverfahren

Für beliebige, vorgegebene Geschwindigkeitsverteilungen muß das Strömungsfeld aus Gleichung (14) berechnet werden, was nur durch aufwendige numerische Berechnungsverfahren, wie durch Differenzenverfahren oder Verfahren der finiten Elemente, möglich ist. Durch den großen erforderlichen Aufwand wird die Anwendung solcher Berechnungsverfahren

stark eingeschränkt.

Verbesserungen lassen sich durch eine Diskretisierung der Anströmung erzielen. Verschiedene Möglichkeiten dazu sind in Bild 22 skizziert. Das Strömungsfeld wird in verschiedene Abschnitte unterteilt, in denen die Geschwindigkeitsverteilung linear oder konstant ist. In diesen Abschnitten wird die Strömung entweder durch die Poisson- oder Laplacegleichung (10,11) beschrieben. An den Rändern springt die Drehung oder die Geschwindigkeit.

Um dieses Verhalten der Strömung als Randbedingung zu berücksichtigen, müßte der Verlauf der Ränder bekannt sein, was jedoch a priori nicht der Fall ist. Zu berechnen sind also neben der Strömung um ein Profil - oder einer allgemeinen Geometrie - auch die Ränder der Teilfelder des gesamten Strömungsfeldes.

Man erkennt, daß dadurch der Berechnungsaufwand erheblich reduziert ist gegenüber einer Lösung von Gleichung (14) im gesamten Strömungsfeld. Aus dem ganzen Feld brauchen nur noch bestimmte Stromlinien, nämlich die Trennstromlinien, berechnet zu werden.

Prinzipiell besteht auch die Möglichkeit, die Anströmung durch Abschnitte mit exponentiellen Geschwindigkeitsverteilungen nach Gleichung (13) zu diskretisieren. Im Gegensatz zur Laplace- oder Poissongleichung sind keine analytischen Lösungen von (13) bekannt. Vielmehr muß diese Gleichung im genannten Abschnitt numerisch gelöst werden. Deshalb sind die praktischen Vorteile im Vergleich zu einer Lösung der vollständigen Gleichung (14) zu gering, so daß dieses Verfahren zur Diskretisierung von drehungsbehafteten Strömungen nicht herangezogen wird.

6. Übersicht der theoretischen Untersuchungen an Profilen bei inhomogener Zuströmung

Die Übersicht ist aufgeteilt nach Arbeiten über Einzelprofile und über Profile im Gitterverband.

6.1 Einzelprofile

Zunächst wird auf Arbeiten über Einzelprofile in Gegenwart freier Strahlränder eingegangen. Anschließend werden Einzelprofile in drehungsbehafteten Zuströmungen behandelt.

6.1.1 Strömungen mit freien Strahlrändern

Drehungsfreie Strömungsfelder mit freien Strahlrändern werden durch die Laplace-Gleichung (10) beschrieben und lassen sich mittels konformer Abbildung oder durch ein Singularitätenverfahren berechnen. Die Strahlränder werden als Randbedingungen berücksichtigt.

Die Randbedingungen entsprechen Strömungen in Freistrahlskanälen, weshalb die vorgestellten Berechnungsverfahren zur Ermittlung von Kanalkorrekturen herangezogen werden.

Die Berechnung von Singularitäten - wie zum Beispiel Quellen oder Wirbeln - in Freistrahlen wurde zuerst von B. Hopkinson [40] beschrieben.

L.G. Whitehead [41] berechnet die Strömung um einen Dipol in der Mitte eines Freistrahles. Es wird eine Konturstromlinie erhalten, die derjenigen eines Kreiszylinders ähnelt. Khmel'nik [42] berechnet einen Kreiszylinder in der Mitte eines Freistrahls.

Dieses Verfahren wurde von M.A. Gol'dshtik et al. [43,44] für Kreiszylinder bei beliebiger Lage im Strahl und für den Fall, daß nur eine freie Oberfläche vorhanden ist, erweitert. Dabei wird jedoch vorausgesetzt, daß sich der Kreiszylinder vollkommen im Strahl befindet.

Kreiszyylinderähnliche Körper am Strahlrand wurden von M.J. Lighthill [45] berechnet. Diese Körper tangieren den Strahl nur von außen, d.h., nur ein Teil der Oberfläche wird benetzt. Auf der Kontur dieses Körpers entsteht ein Druck, welcher kleiner ist als der statische Umgebungsdruck. Dadurch wird der Strahl entsprechend der Kontur umgelenkt. Dieser Effekt ist als Coandaeffekt bekannt.

6.1.2 Einzelprofile in drehungsbehafteter Strömung

Eine Übersicht der bekannten Berechnungsverfahren für Profile bei inhomogener Zuströmung wird in Tabelle 1 angegeben. Alle genannten Verfahren setzen voraus, daß die Strömung reibungsfrei, stationär, zweidimensional und inkompressibel ist. Mit diesem Verfahren lassen sich nur Auftriebskräfte ermitteln. Ihre Unterschiede liegen in der Art, wie die Eulerschen Bewegungsgleichungen gelöst werden und wie die Randbedingungen diskretisiert werden.

Die Berechnungsverfahren sind nach zwei Kriterien in Form einer Matrix in Tabelle 1 eingeordnet.

1. Nach der Form der Diskretisierung der Zuströmung.
2. Danach, wie weit die Bewegungsgleichungen vereinfacht werden, bevor sie numerisch gelöst werden.

Die Vereinfachungen der Bewegungsgleichungen werden durch die Überschriften der einzelnen Spalten charakterisiert. "stark ausgelenkt" bedeutet, daß die Bewegungsgleichungen ohne einschränkende Annahmen gelöst werden. Mit "schwach ausgelenkt" sind die Verfahren charakterisiert, in denen analog zur Skeletttheorie die Träger der Singularitäten in großem Abstand zum Profil als geradlinig angesehen werden. "Nicht ausgelenkt" bezeichnet die Verfahren, bei denen eine Störung der Strömung durch das Profil nicht berücksichtigt wird.

Im einzelnen ist zu den Verfahren folgendes zu sagen:

Vollständige Lösungen der Eulerschen Bewegungsgleichungen für drehungsbehaftete Strömungen wurden von E. Krause et.al. [46] mittels eines Differenzenverfahrens und von v. Vooren und Laburjere [47] mittels finiter Elemente bestimmt. Der numerische Aufwand dieser Berechnungsverfahren ist beträchtlich. J. Weissinger [48,49,50] erweitert die klassische Skelettheorie auf drehungsbehaftete Strömungen.

Ein dünnes Profil in einer schwach-nichtlinearen Scherströmung wird von J.L. Steger und M. Lomax [51] durch ein Relaxationsverfahren berechnet. Untersuchungen an einem dünnen Profil in einer Anströmung mit parabolischer Geschwindigkeitsverteilung sind von E.E. Jones [52] bekannt.

Aus den linearisierten Eulerschen Gleichungen berechnete J. Zierep [53] die Druckverteilung für ein schlankes symmetrisches Profil in einer Scherschicht mit kleinen Geschwindigkeitsgradienten. Eine Störung der Anströmung durch das Profil wurde nicht berücksichtigt. Der Auftrieb hängt dann nur noch vom Geschwindigkeitsgradienten und der Geschwindigkeit in der Anströmung unmittelbar vor dem Profil ab.

Profile in exponentiellen Scherströmungen sind von J. Weissinger [39] und Tsel'nick [54] untersucht worden.

Die Strömung um ein Profil in einem Kanal mit abschnittsweise konstanter Drehung wurde von Brady, Ludwig [6] und Ludwig, Erickson [7] numerisch berechnet. Dabei wurde der Verlauf der Ränder zwischen den Strömungsfeldern mit unterschiedlicher Drehung ω durch eine Kontinuitätsbilanz ermittelt. Die linearisierte Theorie von J. Weissinger [48,49]

läßt sich auch auf Anströmungen mit abschnittsweise konstanter Drehung anwenden.

Die Erklärung für die große Anzahl von Arbeiten für Profile in unendlichen Strömungsfeldern mit konstanter Drehung läßt sich dadurch erklären, daß hier die wirkungsvollen Lösungsverfahren der klassischen Potentialtheorie angewendet werden können. Die älteste Arbeit dieser Art stammt von G.I. Taylor [55] aus dem Jahr 1917.

C.A. Shollenberger [64] untersucht ein Mehrklappenprofil in Gegenwart eines ebenen Triebwerkstrahles. Das Profil wird durch die Wirbelbelegung einer Platte simuliert. Ergebnisse werden für verschiedene Positionen der Platte im Strahl angegeben.

Durch Spiegelung von Einzelsingularitäten an den Trennschichten kann nach M.B. Glauert [65] die Stromfunktion in einer Scherströmung ermittelt werden. Dabei werden die Trennschichten als eben angenommen. Entsprechend der Skeletttheorie wird eine Störung in der Zuströmung durch das Profil vernachlässigt. Durch einen Übergang auf verschwindende Stufenhöhen ist die Betrachtung kontinuierlicher Zuströmungen möglich.

T. Nishiyama und K. Hirano [66] wenden dieses Verfahren auf die Berechnung von Profilen an. Dabei werden die Profile entsprechend der Skeletttheorie durch eine Singularitätenverteilung auf der Profilsehne ersetzt.

P. Ruden [36,37] hat bereits 1939 ein NACA-Profil in einer Zuströmung mit sprungförmigen Geschwindigkeitsänderungen berechnet. Die Arbeit von Glauert ist als eine Verallgemeinerung dieser Theorie zu verstehen.

Ein ähnliches Verfahren verwenden auch L. Ting und C.H. Liu [67].

6.2 Gitterprofile

Die Übersicht ist auf stationär angeströmte Gitterprofile in ebener inkompressibler Strömung beschränkt.

Die aerodynamische Interferenz in Tandemgittern wurde von Ohashi [22,23] , Pal [25] und Müftüoglu [24] theoretisch und experimentell untersucht. Dabei wurden keine Dellen- einflüsse berücksichtigt.

Die Eulerschen Bewegungsgleichungen für eine drehungsbehaftete Strömung wurden von I. Ispas [68] für ein Gitterprofil mittels eines Differenzenverfahrens numerisch gelöst.

7. Nichtlineares Berechnungsverfahren für aerodynamische Profile bei inhomogener Zuströmung

Es wird ein nichtlineares Berechnungsverfahren für dicke, stark gewölbte Profile in drehungsbehafteter Strömung vorgestellt. Dieses Verfahren wird zunächst für ein Einzelprofil hergeleitet. Erweiterungen auf Profile im Gitterverband sind möglich. Darauf wird in Kapitel 7.9 eingegangen.

7.1 Das mathematische Modell

Das nichtlineare Berechnungsverfahren soll an dem einfachen Beispiel eines Profils in einer Scherschicht zwischen zwei Strömungsfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck erläutert werden (Bild 23). Die kontinuierliche Anströmung wird durch eine stufenförmige Geschwindigkeitsverteilung ersetzt. Da in erster Linie nach dem Auftrieb des Profilmodells gefragt ist, sollen die Impulse der ursprünglichen und der diskretisierten Anströmung gleich groß sein. Auf diese Weise erhält man eine Reihe von Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck. Die Ränder dieser Felder sind Stromlinien, an denen der Gesamtdruck springt, der statische Druck jedoch nicht. Die Strömung ist drehungsfrei mit Ausnahme der Trennstromlinien zwischen den einzelnen Potentialfeldern, auf denen sozusagen die Drehung konzentriert wird. Die Verteilung der Drehung ist in Bild 24 gezeigt. An den Sprungstellen der Geschwindigkeit weist sie einen Dirac-Impuls auf, d.h., die Breite des unendlichen Impulses verschwindet, während das Integral einen endlichen Wert annimmt.

Die Vorteile dieser Diskretisierung liegen auf der Hand. In den einzelnen Potentialfeldern wird die Strömung durch die Laplace-Gleichung beschrieben. Es ist dann nicht mehr erforderlich, das gesamte Strömungsfeld zu berechnen, sondern es müssen nur noch die Strömungsgrößen am Profil und auf den Rändern der einzelnen Felder bestimmt werden. Aus demselben Grund können die Methoden der klassischen Potential-

theorie angewendet werden. Für die Berechnung wird das physikalische Strömungsfeld durch ein Singularitätenmodell ersetzt. Dazu werden, wie in Bild 23 angedeutet, die Profilkontur und die Trennstromlinien zwischen den Potentialfeldern durch kontinuierliche Wirbelverteilungen ersetzt. Durch Überlagerung mit einer Parallelströmung der Geschwindigkeit U_{∞} wird dann die eingezeichnete Anströmung erhalten.

Zu berechnen sind also die Wirbelbelegung auf der Profilkontur sowie die Verläufe und die Wirbelbelegung der Trennschichten. Im vorliegenden Beispiel mit 3 Sprungstellen der Geschwindigkeit müssen 7 unbekannte Funktionen berechnet werden. Für den allgemeinen Fall läßt sich die folgende Regel für die Anzahl der zu berechnenden Funktionen formulieren:

Die Anströmung sei in $N + 1$ Potentialfelder aufgeteilt. Dann gibt es N -Trennstromlinien. Damit ist die Anzahl der zu berechnenden Funktionen $2 N + 1$.

Es müssen also $2 N + 1$ Bedingungen formuliert werden, um die diskretisierte Strömung zu bestimmen.

Die Bedingungen sind:

1. Die kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur.
2. Die kinematische Strömungsbedingung für jede der N -Trennschichten.
3. Die Druckbedingung, d.h. Gleichheit des statischen Druckes auf jeweils beiden Seiten der N -Trennschichten.

Die Formulierung dieser Bedingungen führt auf ein System von $2 N + 1$ Gleichungen für die ebenfalls $2 N + 1$ unbekannten Funktionen.

7.2 Ermittlung der Randbedingungen

Bevor auf die Bestimmung der Zuströmbedingungen eingegangen wird, sind einige Bemerkungen zur Lage des Profils in der Anströmung erforderlich.

7.2.1 Die Lage des Profils in der Anströmung

In erster Näherung kann ein Profil, welches einen Auftrieb erzeugt, durch einen Potentialwirbel im $\frac{1}{4}$ -Punkt der Profilschne repräsentiert werden. In großem Abstand zum Profil wird das Strömungsfeld durch dieses Modell sehr genau beschrieben. Die Stromfunktion bei drehungsfreier Zuströmung ist:

$$\Psi = U_{\infty} y + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \sqrt{x^2 + y^2} \quad (15)$$

Die Stromlinien sind Kurven $\Psi = \text{const.}$ Ihre Gleichung ist dann implizit durch

$$y(x) = \frac{\Psi}{U_{\infty}} - \frac{\Gamma}{2\pi U_{\infty}} \ln \sqrt{x^2 + y^2(x)} \quad (16)$$

gegeben.

Die Stromlinien verlaufen auch im Unendlichen nicht horizontal. Trotz des Abklingens der vom Wirbel induzierten Geschwindigkeiten mit zunehmendem Abstand, werden die Stromlinien immer weiter ausgelenkt.

In Bild 25 ist der Verlauf der Stromlinien in großer Entfernung zu einer angestellten Platte eingezeichnet. Die Platte wird durch einen Potentialwirbel im $\frac{1}{4}$ -Punkt repräsentiert, dessen Zirkulation so bestimmt wird, daß im $\frac{3}{4}$ -Punkt die kinematische Strömungsbedingung erfüllt ist. Eingezeichnet wurde die Staupunktstromlinie für die Anstellwinkel $\alpha = 5^\circ$ und $\alpha = 10^\circ$. Wegen der unterschiedlichen

Maßstäbe in x- und y-Richtung erscheint der Anstellwinkel der angestellten Platte größer als er tatsächlich ist.

Die Auftragung zeigt, daß selbst bei einem Abstand von 10 Profillängen vor der Plattennase die Stromlinien nicht horizontal verlaufen, sondern eine Neigung aufweisen. Gleichung (16) zeigt, daß dies selbst in einem unendlich großen Abstand vor oder hinter der Platte noch der Fall ist.

Bei der Beschreibung der Lage eines Profils in einer Trennschicht muß das hier gezeigte Verhalten der Strömung berücksichtigt werden. Die Lage des Profils relativ zur Anströmung kann nicht allein durch den vertikalen Abstand zu einer Bezugsstromlinie in der ungestörten Strömung beschrieben werden. Vielmehr ist eine weitere Angabe über die Entfernung vom Profil bis zu der Stelle nötig, wo der vertikale Abstand ermittelt wird.

7.2.2 Ermittlung einer Ersatzschicht

Als Beispiel soll die in Bild 23 skizzierte Strömung berechnet werden.

Zwei Potentialfelder mit den Anströmgeschwindigkeiten U_1 und U_4 werden durch eine ebene Scherschicht mit der Breite $2b$ getrennt. Sie wird durch eine Ersatzschicht mit 3 sprungförmigen Geschwindigkeitsänderungen diskretisiert.

Die Ersatzschicht soll folgende Bedingungen erfüllen:

1. Gleichheit der Impulse der ursprünglichen und der Ersatzschicht,
2. gleiches Geschwindigkeitsverhältnis λ_i an jeder Sprungstelle,
3. gleicher Abstand der Sprungstellen.

Die Bedingungen 2 und 3 sind so gewählt, daß eine Geschwindigkeitsverteilung in der Ersatzschicht erhalten wird, die der ursprünglichen weitgehend ähnelt. Für Anströmungen mit ungleichförmigen Geschwindigkeitsgradienten können andere Bedingungen sinnvoll sein.

Das gesamte Geschwindigkeitsverhältnis der Zuströmung beträgt

$$\lambda_t = \frac{U_1}{U_4} \quad . \quad (17)$$

Die einzelnen λ_i werden definiert durch

$$\lambda_1 = \frac{U_1}{U_2} \quad (18)$$

$$\lambda_2 = \frac{U_2}{U_3} \quad (19)$$

$$\lambda_3 = \frac{U_3}{U_4} \quad (20)$$

Da $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_i$ folgt:

$$\lambda_i = \sqrt[3]{\lambda_t} \quad . \quad (21)$$

Die Impulsbilanz für die ursprüngliche und die Ersatzschicht lautet:

$$\int_{-b}^b U_s^2(y) dy = U_2^2 b_1 + U_3^2 b_2 \quad . \quad (22)$$

Die Geschwindigkeitsverteilung in der Scherschicht wird beschrieben durch

$$U_s = \frac{U_1 - U_4}{2b} \cdot y + \frac{U_1 + U_4}{2} \quad . \quad (23)$$

Wegen der dritten Forderung gilt:

$$b_i = b_1 = b_2 \quad . \quad (24)$$

Damit folgt aus Gleichung (19) :

$$b_i = \frac{2}{3} b \frac{\lambda_t^2 + \lambda_t + 1}{\lambda_i^4 + \lambda_i^2} \quad (25)$$

7.2.3 Die Zuströmbedingungen

Zur Formulierung der Druckbedingung und der Berechnung der ins Unendliche laufenden Wirbelschichten ist die Ermittlung der Zuströmbedingungen erforderlich.

Die in Bild 23 gezeigte Ersatzschicht wird aus der Überlagerung einer Parallelströmung U_∞ und dreier Wirbelschichten erzeugt, (Bild 26).

Die Geschwindigkeiten in den einzelnen Potentialfeldern ergeben sich aus den Induktionen der Wirbelschichten zu:

$$U_{1\infty} = U_\infty + \frac{\gamma_{1\infty}}{2} + \frac{\gamma_{2\infty}}{2} + \frac{\gamma_{3\infty}}{2} \quad (26)$$

$$U_{2\infty} = U_\infty - \frac{\gamma_{1\infty}}{2} + \frac{\gamma_{2\infty}}{2} + \frac{\gamma_{3\infty}}{2} \quad (27)$$

$$U_{3\infty} = U_\infty - \frac{\gamma_{1\infty}}{2} - \frac{\gamma_{2\infty}}{2} + \frac{\gamma_{3\infty}}{2} \quad (28)$$

$$U_{4\infty} = U_\infty - \frac{\gamma_{1\infty}}{2} - \frac{\gamma_{2\infty}}{2} - \frac{\gamma_{3\infty}}{2} \quad (29)$$

Durch Einsetzen von λ_i und λ_t und Normierung mit U_∞ erhält man

$$\frac{\gamma_{3\infty}}{U_\infty} = \frac{2(\lambda_i - 1)}{\lambda_t + 1} \quad (30)$$

$$\frac{\gamma_{2\infty}}{U_\infty} = \frac{2\lambda_i (\lambda_i - 1)}{\lambda_t + 1} \quad (31)$$

$$\frac{\gamma_{1\infty}}{U_\infty} = \frac{2\lambda_i^2 (\lambda_i - 1)}{\lambda_t + 1} \quad (32)$$

Damit ergeben sich die Geschwindigkeiten in den einzelnen Potentialfeldern zu

$$\frac{U_{1\infty}}{U_\infty} = \frac{2 \lambda_t}{\lambda_t + 1} \quad (33)$$

$$\frac{U_{2\infty}}{U_\infty} = \frac{2\lambda_i^2}{\lambda_t + 1} \quad (34)$$

$$\frac{U_{3\infty}}{U_\infty} = \frac{2 \lambda_i}{\lambda_t + 1} \quad (35)$$

$$\frac{U_{4\infty}}{U_\infty} = \frac{2}{\lambda_t + 1} \quad (36)$$

7.3 Die Strömungsbedingungen

In Bild 27 ist das Strömungsfeld mit dem gewählten Koordinatensystem eingezeichnet. Für die Darstellung der Trennstromlinien wird eine Parameterdarstellung gewählt. Für $x \rightarrow -\infty$ hat dieser Parameter den Wert s_0 und für $x \rightarrow +\infty$ den Wert s_1 .

Die Profilkontur wird ebenfalls durch eine Parameterdarstellung beschrieben. Der Parameter ϕ umläuft die Profilkontur im Uhrzeigersinn, beginnend an der Profilhinterkante, wobei er Werte zwischen 0 und 2π annimmt. Für die Berechnung wird der Drehsinn der Wirbel im Uhrzeigersinn als positiv vereinbart.

7.3.1 Die kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur

Die kinematische Strömungsbedingung läßt sich auf zwei verschiedene Arten formulieren:

1. Es wird verlangt, daß die Komponente des Geschwindigkeitsvektors normal zu einer Stromlinie verschwindet.
2. Der Geschwindigkeitsvektor soll tangential zu einer Stromlinie gerichtet sein.

Die Formulierung der Strömungsbedingung nach 1 führt zu einer Fredholmschen Integralgleichung der ersten Art mit singulärem Kern für die Zirkulationsverteilung γ_K . Diese Gleichung kann numerisch nur sehr schwer gelöst werden.

Die Formulierung der Strömungsbedingung der zweiten Art ist für eine Berechnung der Zirkulationsverteilung wesentlich besser geeignet. Nach E. Martensen [69] führt sie zu:

$$\frac{\gamma_K(\phi)}{2} = \underline{w}(\phi) \underline{t}(\phi) \quad . \quad (37)$$

$\underline{w}$ ist der induzierte Geschwindigkeitsvektor auf der Profilkontur und $\underline{t}$ der Tangenteneinheitsvektor. Aus Gleichung (37) läßt sich die Zirkulationsdichte γ_K auf der Kontur berechnen.

Es ist:

$$\underline{w} = (U_{\infty} + u_K + \sum_{i=1}^N u_{wi}, \quad V_{\infty} + v_K + \sum_{i=1}^N v_{wi}) \quad (38)$$

$$\underline{t} = \left(\frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}, \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \right) \quad (39)$$

U_{∞} , V_{∞} sind die Komponenten der "ungestörten" Anströmung, u_K , v_K die induzierten Geschwindigkeiten der Wirbelbelegung auf der Profilkontur und u_{wi} , v_{wi} die induzierten Geschwindigkeiten der Wirbelbelegungen auf den N Trennschichten.

Die Induktionen der Wirbelbelegung auf der Kontur berechnen sich aus dem Biot-Savartschen Gesetz zu

$$u_K(\phi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{y(\phi) - y(\psi)}{(x(\phi) - x(\psi))^2 + (y(\phi) - y(\psi))^2} \gamma(\psi) \frac{ds}{d\psi} d\psi \quad (40)$$

$$v_K(\phi) = - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{x(\phi) - x(\psi)}{(x(\phi) - x(\psi))^2 + (y(\phi) - y(\psi))^2} \gamma(\psi) \frac{ds}{d\psi} d\psi, \quad (41)$$

wobei s die Bogenlänge auf dem Profil ist. Es gilt

$$\frac{ds}{d\psi} = \dot{s} = \sqrt{\dot{x}(\psi)^2 + \dot{y}(\psi)^2}. \quad (42)$$

Bei der Berechnung der Induktionen u_K , v_K sind die Cauchyschen Hauptwerte für $\phi = \psi$ zu bestimmen, da dann die Integranden einen unbestimmten Ausdruck bilden.

Für die Induktionen der Wirbelschichten u_{wi} , v_{wi} gelten:

$$u_{wi}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \int_{s_0}^{s_1} \frac{y(\phi) - y_{wi}(s)}{(x(\phi) - x_{wi}(s))^2 + (y(\phi) - y_{wi}(s))^2} \gamma_{wi}(s) ds \quad (43)$$

$$v_{wi}(\phi) = - \frac{1}{2\pi} \int_{s_0}^{s_1} \frac{x(\phi) - x_{wi}(s)}{(x(\phi) - x_{wi}(s))^2 + (y(\phi) - y_{wi}(s))^2} \gamma_{wi}(s) ds \quad (44)$$

Unter Einführung einer transformierten Zirkulationsdichte

$$\omega(\psi) = \gamma(\psi) \cdot \dot{s}(\psi) = \gamma(\psi) \cdot \sqrt{\dot{x}(\psi)^2 + \dot{y}(\psi)^2} \quad (45)$$

erhält man aus der Strömungsbedingung (37) die Fredholmsche Integralgleichung der zweiten Art:

$$\frac{1}{2} \omega(\phi) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K(\phi, \psi) \omega(\psi) d\psi = R(\phi) , \quad (46)$$

mit:

$$\begin{aligned} R(\phi) = & \dot{x}(\phi) [U_\infty + \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{s_0}^{s_1} \frac{y(\phi) - y_{wi}(s)}{(x(\phi) - x_{wi}(s))^2 + (y(\phi) - y_{wi}(s))^2} \gamma_{wi}(s) ds] \\ & + \dot{y}(\phi) [V_\infty - \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{s_0}^{s_1} \frac{x(\phi) - x_{wi}(s)}{(x(\phi) - x_{wi}(s))^2 + (y(\phi) - y_{wi}(s))^2} \gamma_{wi}(s) ds] \end{aligned} \quad (47)$$

Die Kernfunktion $K(\phi, \psi)$ hängt nur von der Profilgeometrie ab

$$K(\phi, \psi) = \frac{\dot{x}(\phi)(y(\phi) - y(\psi)) - \dot{y}(\phi)(x(\phi) - x(\psi))}{(x(\phi) - x(\psi))^2 + (y(\phi) - y(\psi))^2} . \quad (48)$$

Für $\phi = \psi$ ergibt sich:

$$K(\phi, \psi) = \frac{1}{2} \frac{\ddot{x}(\phi)\dot{y}(\phi) - \dot{x}(\phi)\ddot{y}(\phi)}{\dot{x}(\phi)^2 + \dot{y}(\phi)^2} . \quad (49)$$

$K(\phi, \psi)$ ist für $\phi = \psi$ nicht singulär.

Gleichung (46) ist formal mit der von E. Martensen [69] und K. Jacob [70,71] angegebenen Gleichung identisch. Deshalb kann auch das von K. Jacob [70,71] angegebene Lösungsverfahren angewendet werden. Das numerische Berechnungsverfahren für die in Bild 23 skizzierte Strömung ist im Anhang A vollständig wiedergegeben.

7.3.2 Die kinematische Strömungsbedingung auf den Wirbelschichten

Die Ränder der Potentialfelder werden durch Wirbelschichten repräsentiert. Sie sind Stromlinien. Deshalb weist der Geschwindigkeitsvektor immer in Richtung der Stromlinien. Ihre Neigung bestimmt sich aus dem Geschwindigkeitsvektor zu:

$$\frac{dy_{wi}}{dx} = \frac{v_{mi}}{u_{mi}} ; \quad i = 1, \dots, N \quad (50)$$

u_{mi} und v_{mi} sind die Komponenten des mittleren induzierten Geschwindigkeitsvektors.

$$u_{mi} = U_{\infty} + \sum_{j=1}^N u_{wj} + u_K \quad (51)$$

$$v_{mi} = V_{\infty} + \sum_{j=1}^N v_{wj} + v_K \quad (52)$$

Sie setzen sich aus der Anströmung, den Induktionen der Wirbelbelegung auf der Profilkontur und den Induktionen der Wirbelschichten zusammen, mit Ausnahme gerade des Wirbels an der Stelle, wo diese Induktionen berechnet werden. In einer linienförmigen Verteilung induziert dieser Wirbel nur eine Geschwindigkeit in tangentialer Richtung zu dieser Linie.

Dadurch wird die Neigung der Wirbelschicht bereits durch Gleichung (50) beschrieben.

Die Induktionen der Zirkulationsverteilungen auf der Kontur und den Wirbelschichten werden aus dem Biot-Savartschen Gesetz ermittelt:

1. Die Induktionen der Konturwirbelbelegung:

$$u_K(s_i) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{y_{wi}(s_i) - y(\phi)}{(x_{wi}(s_i) - x(\phi))^2 + (y_{wi}(s_i) - y(\phi))^2} \omega(\phi) d\phi \quad (53)$$

$$v_K(s_i) = - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{x_{wi}(s_i) - x(\phi)}{(x_{wi}(s_i) - x(\phi))^2 + (y_{wi}(s_i) - y(\phi))^2} \omega(\phi) d\phi \quad (54)$$

2. Die Induktionen der freien Wirbelschichten

$$u_{wj}(s_i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(y_{wi}(s_i) - y_{wj}(s_j)) \gamma_{wj}(s_j)}{(x_{wi}(s_i) - x_{wj}(s_j))^2 + (y_{wi}(s_i) - y_{wj}(s_j))^2} ds_j \quad (55)$$

$$v_{wj}(s_i) = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x_{wi}(s_i) - x_{wj}(s_j)) \gamma_{wj}(s_j)}{(x_{wi}(s_i) - x_{wj}(s_j))^2 + (y_{wi}(s_i) - y_{wj}(s_j))^2} ds_j \quad (56)$$

Für $s_i = s_j$ und $i = j$ muß für die Integrale (55) und (56) der Cauchysche Hauptwert bestimmt werden.

Gleichung (50) ist eine Integro-Differentialgleichung für den Verlauf der Trennschichten. Sie muß für jede der N-Wirbelschichten erfüllt werden.

7.3.3 Die Druckbedingung auf den Trennschichten

Der statische Druck darf an den Trennschichten nicht springen. Diese Druckbedingung kann zur Berechnung der Wirbelbelegung auf den Trennschichten herangezogen werden.

In Bild 28 ist eine Trennstromlinie zwischen zwei Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck dargestellt. Die Geschwindigkeiten in den einzelnen Feldern sind mit w_1 und w_2 bezeichnet. Aus dem Energiesatz für zwei Stromfäden auf der Ober- und Unterseite der Wirbelschicht folgt:

$$\text{Im Bereich I : } \frac{\rho}{2} w_{1\infty}^2 + p_\infty = \frac{\rho}{2} w_1^2 + p_1 \quad (57)$$

$$\text{Im Bereich II: } \frac{\rho}{2} w_{2\infty}^2 + p_\infty = \frac{\rho}{2} w_2^2 + p_2 \quad (58)$$

Bei Druckgleichheit ist $p_1 = p_2$:

$$w_{1\infty}^2 - w_{2\infty}^2 = w_1^2 - w_2^2 \quad (59)$$

oder

$$(w_{1\infty} - w_{2\infty})(w_{1\infty} + w_{2\infty}) = (w_1 - w_2)(w_1 + w_2) \quad .$$

Es gilt aber:

$$\begin{aligned} w_{1\infty} + w_{2\infty} &= 2 w_{m\infty} \\ w_{1\infty} - w_{2\infty} &= \gamma_\infty \\ w_1 - w_2 &= \gamma_w \\ w_1 + w_2 &= 2w_m \quad , \end{aligned} \quad (60)$$

mit w_m als der mittleren Geschwindigkeit auf der Wirbelschicht

$$w_m = \sqrt{u_m^2 + v_m^2} \quad (61)$$

Damit erhält man aus (59):

$$\gamma_w w_m = \gamma_\infty w_{m\infty} \quad (62)$$

Die rechte Seite von Gleichung (62) beschreibt den Unterschied im Gesamtdruck zwischen den beiden Potentialfeldern, welcher durch die Zuströmbedingungen bekannt ist.

w_m ist der Betrag des mittleren induzierten Geschwindigkeitsvektors w_m . Nach Gleichung (61) kann w_m aus den Gleichungen (51)-(56) berechnet werden.

Gleichung (62) ist eine nichtlineare Integralgleichung. Sie muß für jede der N-Wirbelschichten gelöst werden.

7.4 Die numerische Lösung des Gleichungssystems

Das resultierende Gleichungssystem setzt sich aus den folgenden $2N + 1$ Integralgleichungen zusammen:

1. Gleichung (46)

Eine Fredholmsche Integralgleichung der zweiten Art.

2. Gleichung (50)

N Integro-Differentialgleichungen.

3. Gleichung (62)

N Fredholmsche Integralgleichungen der ersten Art.

Dieses komplizierte System von Gleichungen kann nur numerisch gelöst werden. Dazu wird das Gleichungssystem als Iterationsverfahren formuliert. Das Berechnungsverfahren ist in dem Flußdiagramm in Bild 29 dargestellt.

Zu Beginn der Berechnung werden Verläufe der Trennschichten und ihrer Wirbelbelegungen geschätzt. Damit kann die rechte

Seite von Gleichung (46) berechnet und diese Gleichung numerisch gelöst werden.

Mit der auf diesem Weg erhaltenen Wirbelverteilung γ_K auf der Profilkontur lassen sich zusammen mit den geschätzten Wirbelschichten Korrekturen für den Verlauf der Trennschichten, Gleichung (50), und für die Wirbelbelegung, Gleichung (62), ermitteln.

Für die neuen Verläufe der Trennschichten kann jetzt aus Gleichung (46) eine verbesserte Wirbelbelegung auf der Profilkontur bestimmt werden. Diese Iterationsschleife wird solange durchlaufen, bis die Korrekturen für die zu ermittelnden Funktionen eine vorgegebene Grenze f unterschreiten. Durch eine gleichzeitige Kontrollrechnung ist sichergestellt, daß die Strömungsbedingungen auch erfüllt werden.

Das Berechnungsverfahren konvergiert sehr schnell. Für die meisten Berechnungen sind 6-9 Iterationsschritte hinreichend für einen Fehler, der kleiner als 1 % sein soll.

Lediglich für die Fälle, bei denen das Profil sehr nahe an einer der Trennschichten liegt, ist eine höhere Anzahl von Iterationen erforderlich.

Bedingt durch die numerische Berechnung der in den Gleichungen (46, 50, 62) auftretenden Integrale, versagt das vorgestellte Verfahren, wenn die Abstände zwischen Wirbelschicht und Profil sehr klein werden. Die Angabe absoluter Zahlenwerte ist hier wenig sinnvoll, da sie sehr stark von der Anzahl der Stützstellen bei der Integration abhängt. Bei einer großen Anzahl der Stützstellen kann der Abstand des Profils zur Wirbelschicht kleiner sein als bei wenigen Stützstellen. In jedem Fall wird eine Grenze erreicht, für die eine numerische Berechnung nicht mehr möglich ist.

7.5 Ermittlung der Druckverteilung auf der Profilkontur und der resultierenden Auftriebskraft

E. Martensen [69] zeigt, daß bei einer Wirbelbelegung der Profilkontur, welche die kinematische Strömungsbedingung (37) erfüllt, die Geschwindigkeit im Inneren der Kontur verschwindet.

Wie bekannt, ist die Zirkulationsdichte auf einer Wirbelschicht gerade gleich der Differenz der Geschwindigkeiten auf ihrer Ober- und Unterseite.

Im vorliegenden Fall wird dann die Geschwindigkeit auf der Kontur gleich der Zirkulationsdichte γ_K . Die Lösung von Gleichung (46) ist also die Geschwindigkeitsverteilung auf der Kontur. Daraus läßt sich nach der bekannten Bernoullischen Gleichung

$$p_{\infty} + \frac{\rho}{2} w_{\infty}^2 = p_K + \frac{\rho}{2} w_K^2 \quad (63)$$

der Druck p_K auf der Kontur berechnen. Üblicherweise wird ein dimensionsloser Druckbeiwert eingeführt:

$$c_p = \frac{p_{\infty} - p_K}{\frac{\rho}{2} w_{\infty}^2} = 1 - \frac{w_K^2}{w_{\infty}^2} \quad (64)$$

Integration über die Kontur führt zu der resultierenden Auftriebskraft, welche ebenfalls dimensionslos durch den Auftriebsbeiwert c_A beschrieben wird:

$$c_A = \int_0^1 (c_{pu} - c_{po}) d\left(\frac{x}{l}\right) \quad (65)$$

7.6 Der Durchgangsfall

Das vorgestellte Berechnungsverfahren versagt, wenn der Abstand zwischen dem Profil und einer der Trennstromlinien zu klein wird. Der besonders interessante Fall, wenn eine Trennstromlinie das Profil direkt berührt, läßt sich nur durch ein spezielles Modell berechnen. Dieser Fall entspricht dem Durchgang eines Profils von einem Potentialfeld in das nächste mit unterschiedlichem Gesamtdruck.

7.6.1 Der Durchgang eines Profils durch eine Trennstromlinie zwischen zwei Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck

Die Annäherung des Profils an eine Wirbelschicht und der Durchgang durch diese Wirbelschicht sind in Bild 30 dargestellt. Die Gegenwart weiterer Wirbelschichten ist möglich, sie hat jedoch keinen Einfluß auf die prinzipiellen Überlegungen.

Unter 1 befindet sich das Profil in dem Strömungsfeld mit geringem Gesamtdruck. Durch das Profil wird die Trennstromlinie verdrängt.

Eine kleine Verschiebung in Richtung der Trennschicht führt auf den in 2 gezeigten Durchgangsfall. Die Trennschicht liegt auf der Profilkontur auf. Die Konturstromlinie ist zu einem Teil der Trennstromlinie geworden.

Wegen der Druckbedingung darf auf der Trennschicht im Strömungsfeld mit dem größeren Gesamtdruck kein Staupunkt vorliegen, denn andernfalls wäre der statische Druck an der Trennschicht größer als der Gesamtdruck im anderen Strömungsfeld.

Die Trennstromlinie muß sich also stetig von der Profilkontur lösen.

Der Staupunkt an der Profilnase liegt gerade an der Abhebestelle der Trennschicht, aber im Strömungsfeld mit geringem Gesamtdruck. Auf der einen Seite der Trennstromlinie strömt das Fluid, auf der anderen Seite liegt ein Staupunkt. Diese

Stelle wird auch "Semi-Staupunkt" oder "cusp" genannt. Der Winkel zwischen der Konturstromlinie und der Trennschicht ist an dieser Stelle Null bzw. 180° .

Ein ähnliches Verhalten liegt an der Profilhinterkante vor. Auch hier muß die Trennstromlinie sich stetig von der Kontur ablösen. Da nach der Kuttaschen Abflußbedingung eine Umströmung der Hinterkante nicht möglich ist, löst die Trennstromlinie direkt an der Hinterkante tangential zu der Profilseite ab, welche vom Fluid mit größerem Gesamtdruck benetzt wird. Auf der anderen Seite ergibt sich dann eine Eckenströmung. Es bildet sich auch hier ein Semi-staupunkt aus. Der Winkel zwischen Trennstromlinie und Profil wird durch die Profilgeometrie vorgegeben.

Eine infinitesimale Verschiebung des Profils in Richtung des Strömungsfeldes mit größerem Gesamtdruck führt zu dem in 3 skizzierten Stromlinienverlauf. Das Profil befindet sich vollständig in dem Strömungsfeld mit größerem Gesamtdruck. In den Staupunkten ist der statische Druck größer als der Gesamtdruck in dem zweiten Strömungsfeld. Wegen des kleinen Abstandes von Profil und Trennschicht liegt ein sehr großer statischer Druckgradient vor, der zu einer entsprechenden Krümmung der Stromlinien führt.

Das singuläre Verhalten der Strömung beim Durchgang durch eine Trennschicht wird auch bei noch so kleinen Unterschieden im Gesamtdruck beobachtet. Die Trennstromlinie weist an der Profilnase immer einen "cusp" auf, d.h. einen Winkel von 0° bzw. 180° mit der Kontur. Bei einem stumpfen Körper ohne eckiger Hinterkante verhält sich die Strömung im hinteren Staupunkt ebenso. Bei gleichförmiger Anströmung dagegen ist der Winkel zwischen Staupunktstromlinie und Kontur immer 90° .

7.6.2 Die Berechnung des Durchgangsfalls

Der Durchgang eines Profils durch eine Trennschicht kann ebenfalls durch ein Singularitätenverfahren berechnet werden. Das Strömungsfeld ist in Bild 31 dargestellt. Es wurde nur eine Trennschicht eingezeichnet. Die Gegenwart weiterer Trennschichten ist möglich, sie hat jedoch keinen prinzipiellen Einfluß auf das Verfahren.

Die Trennstromlinie zwischen den beiden Strömungsfeldern ① und ②, letzteres mit geringerem Gesamtdruck als ①, ist mit der Profilkontur zwischen den Staupunkten (A) und (B) identisch. Es sind also nur die zwei von den Semi-Staupunkten (A) und (B) ins Unendliche laufenden Äste der Trennstromlinie und die Geschwindigkeitsverteilung auf der Profilkontur zu berechnen.

Dazu werden die Trennstromlinie und die Profilkontur durch kontinuierliche Wirbelverteilungen ersetzt. Dieses Singularitätenmodell kann durch das in Kapitel 7.2 - 7.4 und im Anhang A beschriebene Verfahren berechnet werden, wenn der singuläre Charakter der Strömung in der Umgebung der Staupunkte (A) und (B) berücksichtigt wird.

Die Strömung in der Umgebung der Profilnase

Die Umgebung des Semi-Staupunktes (A) an der Profilnase ist für ein symmetrisches Profil in Bild 32 gezeigt. Eine Aussage über die Lage des Punktes (A) kann a priori nicht gemacht werden. Eine Abschätzung nach Thwaites [72] zeigt lediglich, daß er in Richtung des Strömungsfeldes mit dem größeren Gesamtdruck verschoben wird. In diesem Fall liegt er auf der Profiloberseite.

Im Anhang B wird ein Potenzgesetz für den Verlauf der Trennstromlinie in der Umgebung eines Semi-Staupunktes hergeleitet.

Dieses Potenzgesetz gilt für jeden "cusp". Es hat in dem Koordinatensystem, welches in Bild 32 festgelegt ist, die Form:

$$y^* = \frac{1}{R_A} x^{*2} + a(-x^*)^{2,5} \quad (66)$$

R_A ist der Krümmungsradius der Profilkontur an der Stelle (A).

$$R_A = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy_k}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{dy_k^2}{dx^2}} \quad (67)$$

Im Punkt (A) stimmen die Trennstromlinie und die Kontur in der ersten und zweiten Ableitung überein. Aus Anhang B folgt weiter ein Ansatz für die Zirkulationsverteilung auf der Trennschicht:

$$\gamma_w = \gamma_s (1 + b x^{*2}) \quad (68)$$

γ_s ist die Zirkulationsdichte in der Trennschicht an der Stelle (A). Wegen des Semi-Staupunktes an dieser Stelle kann γ_s unmittelbar aus der Druckbedingung berechnet werden. An der Stelle gilt ja:

$$w_2 = 0 \quad (69)$$

Damit ist:

$$w_1 = \gamma_s \quad (70)$$

Einsetzen in Gleichung (59) führt zu:

$$\gamma_s = \sqrt{w_1^2 - w_2^2} \quad (71)$$

Die Zirkulationsdichte an der Stelle (A) ist durch die Vorgabe der Anströmung festgelegt. Die Konstanten a und b aus den Gleichungen (66) und (68) müssen im Verlauf der Rechnung bestimmt werden.

Die Strömung in der Umgebung der Profilhinterkante

An einer eckigen Profilhinterkante ist die Lage des zweiten Semi-Staupunktes durch die Kuttasche Abflußbedingung festgelegt. Die Strömung an der Hinterkante ist in Bild 33 gezeigt. Die Trennstromlinie löst in diesem Fall an der Hinterkante tangential zur Profiloberseite ab. Auf der Unterseite bilden Kontur- und Trennstromlinie einen Winkel ϕ_H :

$$\phi_H = \pi - \delta_H , \quad (72)$$

wobei δ_H der Hinterkantenwinkel ist.

Die Strömung verhält sich hier wie eine Eckenströmung.

Da der Eckenwinkel bekannt ist, kann für die Geschwindigkeitsverteilung in der Umgebung der Stelle (B) im Potentialfeld (2) ein Ansatz gemacht werden.

Nach Schlichting - Truckenbrodt [73] gilt für die Geschwindigkeit in einer Ecke:

$$w_2 = c x_H^{n-1} . \quad (73)$$

c ist eine unbestimmte Konstante, x_H ist in Bild 33 erklärt. Der Exponent n berechnet sich aus dem Eckenwinkel zu :

$$n = \frac{\pi}{\phi_H} . \quad (74)$$

ϕ_H ist der Eckenwinkel und wird im Bogenmaß gezählt.

Über die Druckbedingung läßt sich daraus ein Ansatz für die Wirbelverteilung in der Umgebung von (B) entwickeln.

Aus der Druckbedingung (59) und (62) folgt:

$$\gamma_w = -w_2 + \sqrt{w_2^2 + (w_{1\infty}^2 - w_{2\infty}^2)} \quad (75)$$

Einsetzen von (73) in (75) führt zu :

$$\gamma_w = -c x_H^{n-1} + \sqrt{(c x_H^{n-1})^2 + (w_{1\infty}^2 - w_{2\infty}^2)} \quad (76)$$

Im Punkt (B) ist $x_H = 0$ und die Zirkulationsdichte gerade gleich γ_s :

$$\gamma_w = \sqrt{(w_{1\infty}^2 - w_{2\infty}^2)} = \gamma_s \quad (77)$$

Die Konstante c muß auch hier im Verlauf der Rechnungen bestimmt werden.

Für moderne schlanke Profile ist der Hinterkantenwinkel δ_H sehr klein, was nach Gleichung (72) zu einem Exponenten n führt, der nur wenig größer als 1 ist. Die Geschwindigkeitsverteilung im Bereich (2) besitzt dann an der Stelle (B) eine vertikale Tangente. Die Geschwindigkeit nimmt sehr stark zu, wenn man aus dem Punkt (B) längs der Trennschicht herausgeht. Der Anstieg ist umso größer, je weniger sich der Exponent n von 1 unterscheidet.

Für den Verlauf der Trennschicht wird ein Polynomansatz gewählt, der die Abströmbedingung an der Hinterkante erfüllt. Außerdem müssen Kontur und Trennstromlinie nach Anhang B bis zur 2. Ableitung an der Stelle (B) übereinstimmen. Diese Bedingungen führen zu einem Ansatz der Form:

$$y_H = d \cdot x_H^3 + e \cdot x_H^2 + f \cdot x_H + g \quad (78)$$

Die Koeffizienten müssen im Verlauf der Berechnungen ermittelt werden.

7.6.3 Durchführung der Berechnungen

Das Berechnungsverfahren wurde bereits in den Kapiteln 7.1 - 7.4 beschrieben. Die einzige Änderung ist die Berücksichtigung des singulären Verhaltens der Strömung in der Umgebung der Punkte $\textcircled{A}$ und $\textcircled{B}$. Dazu wird der freie Teil der Trennschicht lediglich bis zu den Punkten $\textcircled{A'}$ und $\textcircled{T'}$ geführt. Zwischen $\textcircled{A}$ und $\textcircled{A'}$ sowie zwischen $\textcircled{B}$ und $\textcircled{B'}$ wird die Strömung durch die Ansätze (67, 68 und 76, 78) beschrieben. Die unbestimmten Konstanten werden aus den Übergangsbedingungen in den Punkten $\textcircled{A'}$ und $\textcircled{B'}$ bestimmt.

Die Lage des Punktes $\textcircled{A}$ ist a priori unbekannt und wird ebenfalls im Verlauf der Berechnungen ermittelt.

7.7 Berechnung von Gitterprofilen bei ungleichförmiger Zuströmung

Das Berechnungsverfahren für Einzelprofile in ungleichförmiger Zuströmung läßt sich auf Gitterströmungen erweitern.

7.7.1 Bemerkungen zur Strömung in Gittern

In Bild 3.4 ist ein stationäres , gestaffeltes Schaufelgitter mit den üblichen Bezeichnungen für die Relativströmung dargestellt.

Das Schaufelgitter besteht aus einer unendlichen Reihe von Schaufeln, die jeweils den Abstand t (Gitterteilung) zueinander haben.

In einem unendlichen Gitter mit konstanter Teilung wird jede Schaufel gleich umströmt. So besitzt auch jede Schaufel dieselbe Druckverteilung. Das Strömungsfeld ist mit der Teilung t periodisch. Aus diesem Grund ist es hinreichend, nur einen Streifen des Strömungsfeldes von der Breite t zu betrachten. Damit können alle Informationen über die Gitterströmung erhalten werden.

Die Periodizität der Strömung ist in jedem Fall zu beachten. So repräsentiert ein Wirbel im Kontrollraum eine unendliche Reihe von Wirbeln.

Eine unendliche Reihe von Wirbeln mit der Zirkulation Γ und dem Abstand t zueinander, wobei der Referenzwirbel im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems liegt, induziert an einer Stelle (x,y) im Strömungsfeld die Geschwindigkeiten:

$$u(x,y) = \frac{\Gamma}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{(y+it)}{x^2 + (y+it)^2} \quad (79)$$

$$v(x,y) = - \frac{\Gamma}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2 + (y+it)^2} \quad (80)$$

Die Summen dieser unendlichen Reihen berechnen sich nach Scholz [77], bzw. Lienhart [78] zu :

$$u(x,y) = \frac{\Gamma}{2t} \frac{\sin(\frac{2\pi}{t} y)}{\cosh(\frac{2\pi}{t} x) - \cos(\frac{2\pi}{t} y)} \quad (81)$$

$$v(x,y) = - \frac{\Gamma}{2t} \frac{\sinh(\frac{2\pi}{t} x)}{\cosh(\frac{2\pi}{t} x) - \cos(\frac{2\pi}{t} y)} \quad (82)$$

Im Gegensatz zum Einzelwirbel klingt die Induktion in vertikaler Richtung mit zunehmendem Abstand zur Wirbelreihe nicht ab.

Man erhält für:

$$x \rightarrow +\infty : v = - \frac{\Gamma}{2t} \quad (83)$$

$$x \rightarrow -\infty : v = + \frac{\Gamma}{2t}$$

Wird ein stationäres Gitter in erster Näherung durch eine Wirbelreihe ersetzt, dann ergeben sich die An- und Abströmwinkel zu:

$$\beta_1 = \arctan \frac{v_{\infty} - \frac{\Gamma}{2t}}{u_{\infty}} \quad (84)$$

$$\beta_2 = \arctan \frac{v_{\infty} + \frac{\Gamma}{2t}}{u_{\infty}} \quad (85)$$

Die Strömung wird im Gitter umgelenkt. Der Umlenkungswinkel ist:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \quad (86)$$

Werden die Anström- und Abströmwinkel vorgegeben, so ist damit auch die Zirkulation um eine Schaufel festgelegt.

Das in den Gleichungen (83) gezeigte charakteristische Verhalten von unendlichen Wirbelreihen zeigt sich auch bei der Betrachtung einer unendlichen ebenen Wirbelschicht. Wie bekannt, induziert eine einzelne Wirbelschicht auf ihrer Oberseite die Geschwindigkeit $+\frac{\gamma}{2}$ und auf der Unterseite $-\frac{\gamma}{2}$.

Wird jetzt statt einer einzelnen Wirbelschicht eine unendliche Reihe von parallelen Wirbelschichten mit dem Abstand t betrachtet, so erhält man durch Integration aus den Gleichungen (81) und (82):

$$u = -\frac{\gamma}{t} y + K \cdot \frac{\gamma}{2} \quad (87)$$

$$v = -\frac{\gamma}{t} x \quad (88)$$

Der Ursprung des Koordinatensystems, für das diese Gleichungen hergeleitet werden, liegt auf einer der Wirbelschichten. Die x -Achse ist parallel zu den Wirbelschichten.

Die Konstante K ist eine ungerade ganze Zahl, welche an jeder Wirbelschicht um 2 springt.

Der Stromlinienverlauf in einem Strömungsfeld, welches eine unendliche Reihe ebener und unendlicher Wirbelschichten aufweist, wird in Bild 35 mitgeteilt. Die Strömungsrichtung ist auf den Stromlinien markiert. Diese Stromlinien selbst sind Hyperbeln der Form:

$$y^2 - x^2 = c \quad (89)$$

Dieses Ergebnis ist äußerst bemerkenswert. Bedeutet es doch, daß eine ebene Wirbelschicht, die für sich nur Geschwindigkeiten in x-Richtung induziert, dann Geschwindigkeiten in vertikaler Richtung induziert, wenn sie in einer unendlichen Reihe parallel zu anderen Wirbelschichten angeordnet ist. Die Erklärung für dieses Verhalten der Strömung folgt aus einer Betrachtung der Induktionen einer unendlichen Reihe einzelner Wirbel.

Aus den Gleichungen (81) und (82) lassen sich die Grenzwerte der induzierten Geschwindigkeiten für große Abstände zur Wirbelreihe ermitteln:

$$\begin{aligned} x < 0 : \quad v(x,y) &= + \frac{\Gamma}{2t} \\ u(x,y) &= 0 \end{aligned} \tag{90}$$

$$\begin{aligned} x > 0 : \quad v(x,y) &= - \frac{\Gamma}{2t} \\ u(x,y) &= 0 \end{aligned} \tag{91}$$

$\frac{\Gamma}{t}$ hat die Dimension einer Zirkulationsdichte:

$$\gamma = \frac{\Gamma}{t}$$

Für die Induktionen in y-Richtung in den Gleichungen (90) und (91) kann also auch geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \text{für } x < 0 : \quad v(x,y) &= \frac{\gamma}{2} \quad \text{und für} \\ x > 0 : \quad v(x,y) &= - \frac{\gamma}{2} \end{aligned}$$

Das bedeutet jedoch, daß eine unendliche Reihe von Einzelwirbeln sich in großem Abstand genauso wie eine unendliche Wirbelschicht verhält, welche parallel zur y-Richtung weist.

Werden jetzt diese unendlichen Wirbelreihen horizontal in konstantem Abstand nebeneinander angeordnet, so erhält man eine kreuzweise Anordnung unendlicher Wirbelreihen. Es werden jetzt Geschwindigkeiten in x- und y-Richtung induziert, die auch dann nicht verschwinden, wenn die Abstände der Wirbelreihen in einer der beiden Koordinatenrichtungen kleiner gemacht werden und im Grenzfall eine unendliche Reihe von ebenen Wirbelschichten erhalten wird. Das Ergebnis sind die Stromlinien zwischen den Wirbelschichten in Bild 37 und die induzierten Geschwindigkeiten nach den Gleichungen (87,88). Die Wirbelschichten selbst sind jetzt keine Stromlinien mehr. Das Fluid strömt über sie hinweg. Wegen des Sprunges von K (Gleichung (67)) an jeder Wirbelschicht weisen die Stromlinien an dieser Stelle einen Knick auf. Man erkennt, daß es geschlossene Stromlinien gibt, welche über die Wirbelschichten hinweg laufen.

Die Strömung zwischen den Wirbelschichten ist weiterhin drehungsfrei, wie aus den Gleichungen (87) und (88) durch Einsetzen in Gleichung (6) nachgewiesen werden kann.

Trotz dieses ungewöhnlichen Verhaltens lassen sich periodische ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung durch Wirbelschichten erzeugen.

Dazu werden, wie in Bild 36 gezeigt, zwei unendliche Reihen von Wirbelschichten mit gleichgroßer Zirkulation aber entgegengesetztem Drehsinn betrachtet.

Aus den Gleichungen (87) und (88) erhält man für die induzierten Geschwindigkeiten:

$$u = -\frac{\gamma}{2} y + K_1 \frac{\gamma}{2} + \frac{\gamma}{2} y - K_2 \frac{\gamma}{2}$$

$$u = (K_1 - K_2) \frac{\gamma}{2} \quad (92)$$

$$v = -\frac{\gamma}{t} \cdot x + \frac{\gamma}{t} x = 0 \quad (93)$$

Die Geschwindigkeit zwischen den Schichten ist konstant. Sie springt an jeder Wirbelschicht, da sich dort entweder K_1 oder K_2 um den Wert 2 ändert.

Das Fluid strömt parallel zu den Wirbelschichten, die jetzt wieder Stromlinien sind.

Zusammen mit einer Parallelströmung (U_∞, V_∞) läßt sich durch paarweise Anordnung unendlicher Reihen von Wirbelschichten eine ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung erzeugen, wie sie z.B. aus den Nachläufen einer Gitterstufe resultiert.

Durch Überlagerung mehrerer Paare von Wirbelschichten mit unterschiedlicher Zirkulation lassen sich auch Nachlaufdübeln durch stufenförmige Geschwindigkeitsverteilungen diskretisieren. Wie beim Einzelprofil kann durch eine Vielzahl von Stufen eine beliebig genaue Approximation einer kontinuierlichen Geschwindigkeitsverteilung erreicht werden.

7.7.2 Das mathematische Modell

Das vorgestellte nichtlineare Berechnungsverfahren setzt eine stationäre, reibungsfreie und inkompressible Strömung voraus. Dieselben Voraussetzungen müssen auch bei seiner Anwendung auf Gitterströmungen erfüllt sein. Weiter sollen die betrachteten Gitter und die ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen mit derselben Teilung t periodisch sein. Das bedeutet, daß nur eine Schaufel und nur die Trennschichten betrachtet werden müssen, welche sich in einem Streifen der Breite t befinden.

Die Diskretisierung des Strömungsfeldes entspricht derjenigen beim Einzelprofil.

Die ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung wird durch eine stufenförmige Verteilung ersetzt. Wie in Kapitel 7.1 gezeigt, lassen sich diese Geschwindigkeitsverteilungen durch Wirbelschichten darstellen. Genauso wird die Profilkontur mit einer Wirbelverteilung belegt.

Zu berechnen sind also:

1. Die Wirbelverteilung auf der Profilkontur einer Schaufel.
2. Der Verlauf der Trennstromlinien.
3. Die Zirkulationsverteilung auf diesen Trennstromlinien.

Die Strömungsbedingungen, welche zur Berechnung dieser unbekannten Funktionen herangezogen werden können, sind in Kapitel 7.3 formuliert.

7.7.3 Das Berechnungsverfahren

Das Berechnungsverfahren entspricht weitgehend demjenigen für ein Einzelprofil, wenn berücksichtigt wird, daß statt der Induktionen eines Einzelwirbels die Induktionen einer unendlichen Wirbelreihe berechnet werden müssen. Es ist im Anhang C beschrieben.

Die einzigen prinzipiellen Unterschiede liegen in der Ermittlung der Randbedingungen. Für die Berechnung wird (in der Regel) eine Anströmung vorgegeben. Sie resultiert, wie in Bild 34 gezeigt, aus der ungestörten Anströmung U_∞ , V_∞ und der vom Gitter induzierten Geschwindigkeit v_i . Diese Geschwindigkeit v_i erhält man erst aus der Berechnung des Gitters als Ergebnis. Damit müssen die Geschwindigkeiten U_∞ und V_∞ iterativ berechnet werden, um eine bestimmte vorgegebene Anströmung zu erreichen. Durch diese Geschwindigkeiten sind dann auch die Wirbelverteilungen auf den Trennstromlinien im Unendlichen festgelegt.

Auf der Abströmseite sind die Strömungsbedingungen ebenfalls anders als beim Einzelprofil. Wegen der Umlenkung der Strömung im Gitter unterscheidet sich die Geschwindigkeitsverteilung hinter dem Gitter von derjenigen vor dem Gitter. A priori können darüber ebenfalls keine Aussagen gemacht werden. Sie ergeben sich aus der Berechnung des Gitters.

8. Näherungslösungen

Für besonders einfach Randbedingungen lassen sich Näherungslösungen entwickeln, welche z.B. für das Abschätzen der Größenordnungen von Delleneffekten eine gewisse Bedeutung haben.

8.1 Profil in großem Abstand zu einer Unstetigkeitsfläche

Wie aus der klassischen Tragflügeltheorie bekannt ist, kann ein Profil in erster Näherung durch einen Wirbel im $\frac{1}{4}$ -Punkt repräsentiert werden. Die Dickenverteilung läßt sich durch einen Dipol näherungsweise berücksichtigen.

In Bild 37 ist ein Tragflügelprofil in einer Strömung mit nur einem Sprung im Gesamtdruck dargestellt. Die Trennstromlinie zwischen den beiden Potentialfeldern wird als geradlinig angenommen. Dabei wird ein Fehler gemacht, denn nach den in Kapitel 7.2.1 dargestellten Überlegungen ist diese Stromlinie in keinem Fall geradlinig. Außerdem werden Störungen durch das Profil nicht berücksichtigt.

Das Profilmodell ist durch Singularitäten repräsentiert. Durch Spiegelung an der ebenen Trennstromlinie werden die Ungleichförmigkeiten in der Anströmung berücksichtigt.

Die gespiegelten Singularitäten haben jedoch nicht dieselbe Zirkulation und dasselbe Moment wie ihre Urbilder, da sie sich in einem Potentialfeld mit unterschiedlichem Gesamtdruck befinden. Ihre Intensitäten lassen sich aus den Strömungsbedingungen an der Trennschicht - kinematische Strömungsbedingung und Druckbedingung - ermitteln.

Dieses Verfahren wurde auch von P. Ruden [36,37] angewendet.

Für den Potentialwirbel führt es zu der Stromfunktion:

$$\Psi_{\Gamma} = \frac{\Gamma}{2\pi} [\ln \{ (x-\xi)^2 + y^2 \} - \lambda_R \ln \{ (x-\xi)^2 + (y-2h)^2 \}] \quad (94)$$

wobei:

$$\lambda_R = \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{U_1}{U_2} \quad (95)$$

Entsprechend erhält man für eine Quelle die Potentialfunktion:

$$\Phi_Q = \frac{Q}{2\pi} [\ln \{ (x-\xi)^2 + y^2 \} + \lambda_R \ln \{ (x-\xi)^2 + (y-2h)^2 \}] \quad (96)$$

und für einen Dipol:

$$\Phi_{DP} = - \frac{M}{2\pi} \left\{ \frac{2y(x-\xi)}{((x-\xi)^2 + y^2)^2} + \lambda_R \frac{2(y-2h)(x-\xi)}{((x-\xi)^2 + (y-2h)^2)^2} \right\} \quad (97)$$

Das in Bild 37 gezeigte Profil wird durch einen Wirbel und einen Dipol repräsentiert. Die Zirkulation des Wirbels soll so bestimmt werden, daß die kinematische Strömungsbedingung im $\frac{3}{4}$ l-Punkt auf der Profilsehne erfüllt ist. Aus der Dickenverteilung $d(x)$ läßt sich das Dipolmoment M ermitteln.

Dazu wird die Dickenverteilung des Profils durch eine kontinuierliche Quellsenkenverteilung längs der Profilsehne ersetzt. Für die Quelldichte gilt ja :

$$q(x) = U_{\infty} \cdot d'(x) \quad (98)$$

Diese kontinuierliche Verteilung lässt sich durch eine Quelle und eine Senke ersetzen, welche jeweils im Schwerpunkt der entsprechenden Verteilung angeordnet sind. Die Ergiebigkeit der Quelle wird durch Integration über die Quellenverteilung ermittelt. Da das Profil geschlossen ist, muß die Senke dieselbe Ergiebigkeit wie die Quelle, allerdings mit geändertem Vorzeichen, aufweisen. Das Dipolmoment ist das Produkt aus der Quellergiebigkeit und dem Abstand der Schwerpunkte der Quell- und Senkenverteilung.

$$M = E \cdot \Delta x \quad (99)$$

Für das Profil NACA 64A010 bestimmt sich M zu:

$$M = \frac{\bar{M}}{U_{\infty} \cdot l} = 0,065$$

Der Dipol liegt in der Mitte zwischen Quelle und Senke. Beim Profil NACA 64A010 ist dies an der Stelle $x_{DP} = 0,19$ der Fall.

Die kinematische Strömungsbedingung für ein symmetrisches Profil lautet dann in dimensionsloser Schreibweise:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \alpha + \frac{\Gamma}{2\pi U_2} \left(2 - \lambda_R \frac{2}{1+16h^2} \right) - \frac{\frac{M}{2\pi U_2} \cdot \lambda_R \frac{(-4h) \left(\frac{1}{2} - x_{DP} \right)}{\left(\frac{1}{2} - x_{DP} \right)^2 + 4h^2}}{\quad} \quad (100)$$

Alle Lösungen wurden auf die Profiltiefe 1 bezogen. Gleichung (100) ist eine Bestimmungsgleichung für die Zirkulation Γ des Wirbels im $\frac{1}{4}$ - Punkt.

Nach J. Weissinger [47] gilt der Satz von Kutta - Joukowski auch in drehungsbehafteten Strömungen. Damit ergibt sich der Profilauftrieb mit der aus

Gleichung (100) ermittelten Zirkulation Γ zu:

$$c_A = 2 \pi \alpha + \frac{M \lambda_R \left(\frac{1}{2} - x_{DP} \right)}{h} + 2 \pi \alpha \frac{\lambda_R}{16 h^2} \quad (101)$$

Es handelt sich um die asymptotische Lösung für einen großen Abstand des Profils zur Trennstromlinie.

Der Auftriebsbeiwert c_A , bezogen auf die Anströmgeschwindigkeit U_2 ist hier in Form einer Potenzreihe nach $\frac{1}{h}$ wiedergegeben.

Der erste Term in Gleichung (101) zeigt den aus der Skeletttheorie bekannten Auftrieb einer ebenen Platte bei gleichförmiger Anströmung. Der zweite und dritte Term beschreibt den Delleneffekt. Dabei erkennt man, daß der Dickeneffekt mit $\frac{1}{h}$, der Anstellwinkелеffekt jedoch mit $\frac{1}{h^2}$ abklingt.

Ergebnisse von Beispielrechnungen werden in Kapitel 9 im Zusammenhang mit Ergebnissen der nichtlinearen Theorie vorgestellt.

8.2 Der Durchgangsfall

Es soll eine Näherung für den Auftrieb eines Profils beim Durchgang durch eine Trennstromlinie (Bild 31) entwickelt werden.

Es kann davon ausgegangen werden, daß für kleine Gesamt-druckunterschiede in der Anströmung sich die Druckverteilung nicht wesentlich von derjenigen in einer gleichförmigen Anströmung unterscheidet. Allerdings mit einem Unterschied. Die Profiloberseite wird von Fluid mit einem anderen Gesamtdruck als die Profilunterseite umströmt.

Dehalb wird auch bei derselben Druckverteilung auf der Kontur wie bei homogener Anströmung eine zusätzliche Druckkraft entstehen. Diese Druckkraft ist jedoch gerade der gesuchte Delleneffekt. Durch Integration über das gesamte Profil läßt sich dann der resultierende Auftrieb ermitteln.

Das Berechnungsverfahren setzt sich aus den folgenden Schritten zusammen:

1. Ermittlung der Druckverteilung auf der Profilkontur bei homogener Anströmung.
2. Berechnung einer neuen Druckverteilung, wobei berücksichtigt wird, daß die Profiloberseite und Unterseite von Fluid mit unterschiedlichem Gesamtdruck umströmt wird.
3. Integration der Druckverteilung zur Ermittlung des Profilauftriebs c_A .

Aus der numerischen Berechnung eines Profils sei die Druckverteilung $c_{pH}(x)$ bei gleichförmiger Anströmung bekannt.

Berücksichtigung der unterschiedlichen Gesamtdrücke des Fluids auf der Oberseite und Unterseite führt dann zu:

$$\text{Oberseite: } c_{po} = \left(\frac{2\lambda}{\lambda+1}\right)^2 \cdot c_{pHo}(x) \quad (102)$$

$$\text{Unterseite: } c_{pu} = \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^2 \cdot c_{phu}(x), \quad (103)$$

λ ist das Geschwindigkeitsverhältnis in der Anströmung

$$\lambda = \frac{U_o}{U_u} \quad (104)$$

Die c_p -Werte sind auf die mittlere Anströmgeschwindigkeit

$$U_M = \frac{U_o + U_u}{2} \quad (105)$$

bezogen.

Durch Integration über die Profilkontur erhält man den Auftrieb:

$$c_A = \int_0^1 (c_{pu} - c_{po}) d\left(\frac{x}{l}\right), \quad (106)$$

wobei c_A ebenfalls auf U_M bezogen ist.

Für ein symmetrisches Profil bei einem Anstellwinkel von 0° sind die Drücke auf der Ober- und Unterseite in homogener Anströmung gleich groß.

$$c_{pho}(x) = c_{phu}(x) = c_{ph}(x) \quad (107)$$

Zusammen mit den Gleichungen (102) und (103) folgt dann aus (106):

$$c_A(\lambda) = 4 \frac{(1-\lambda)}{(1+\lambda)} \int_0^1 c_{ph}(x) dx \quad (108)$$

Das Integral in Gleichung (108) ergibt einen negativen Wert.

Für ein vorgegebenes Profil hängt der Auftrieb beim Durchgang durch eine Trennschicht nur noch von dem Geschwindigkeitsverhältnis λ in der Zuströmung ab.

Diese Abhängigkeit wird durch die Funktion $c_{As}(\lambda)$ beschrieben:

$$c_{As}(\lambda) = \frac{c_A(\lambda)}{4 \int_0^1 c_{pH}(\frac{x}{l}) d(\frac{x}{l})} = \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \quad (109)$$

Diese Funktion ist in Bild 38 dargestellt.

Eine Betrachtung von (109) zeigt, daß $c_{As}(\lambda)$ für $\lambda = 0$ und $\lambda \rightarrow \infty$ Extremwerte annimmt:

$$\lambda = 0: c_{As}(\lambda) = 1$$

$$\lambda \rightarrow \infty: c_{As}(\lambda) = -1$$

Für den Fall der gleichförmigen Anströmung $\lambda = 1$ wird c_{As} zu Null.

Beispielrechnungen wurden für das symmetrische Profil NACA 64 AO10 durchgeführt.

Das in Gleichung (108) auftretende Integral berechnet sich aus der Druckverteilung zu :

$$\int_0^1 c_{pH}(\frac{x}{l}) d(\frac{x}{l}) = -0,17 \quad (110)$$

Damit erhält man für den Auftriebsbeiwert:

$$c_A(\lambda) = -0,17 \cdot \frac{4(1-\lambda)}{(1+\lambda)} \quad (111)$$

Die Maximalbeiwerte sind:

$$\text{für } \lambda = 0 : c_A = -0,68$$

$$\lambda \rightarrow \infty : c_A = 0,68$$

Bei einem Geschwindigkeitsverhältnis in der Anströmung von $\lambda = 1,6$ ergibt sich für den Auftriebsbeiwert:

$$c_A = 0,16.$$

9. Beispiele und Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

Zunächst werden an Hand verschiedener Beispiele die Dellen-effekte diskutiert. Die Nachrechnungen experimenteller Ergebnisse sollen dann Aussagen über die Anwendbarkeit des Berechnungsverfahrens ermöglichen. In Beispielen wird die Anwendung dieses Verfahrens auf Schaufelgitter, Freistrahlen und Kanalströmungen gezeigt.

9.1 Beispiele für Einzelprofile in ungleichförmiger Anströmung

Bei der Darstellung der Ergebnisse erfolgt immer eine Aussage über die Lage des betrachteten Profils relativ zu den Ungleichförmigkeiten in der Anströmung. Wegen der in Kapitel 7.2 gezeigten Überlegungen ist zusätzlich eine Aussage über den Abstand der Stelle vor der Profilnase erforderlich, für die diese Aussagen gemacht werden. Deshalb werden alle Parameter, die den vertikalen Abstand eines Profils zu einer Stromlinie beschreiben, mit einem Index versehen, der diesen Abstand charakterisiert. Für die im folgenden vorgestellten Ergebnisse beziehen sich alle Angaben zur Lage eines Profils immer auf einen Abstand von 10 Profillängen vor der Nase. Der Index ist dann 10.

Bild 39 zeigt den Auftrieb eines Profils in einem Stömungsfeld, das aus zwei Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck besteht. Das Geschwindigkeitsverhältnis in der Anströmung ist $\lambda = 1,1$. Die Berechnungen wurden für das symmetrische Profil NACA 64 A 010 bei einem Anstellwinkel von 0° durchgeführt. Der Auftriebsbeiwert ist auf die mittlere Anströmgeschwindigkeit

$$U_M = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

bezogen.

Aufgetragen wurde der Auftriebsbeiwert c_A über dem vertikalen Abstand t_{10} des Profils zur Trennstromlinie.

Die Ergebnisse zeigen, daß das symmetrische Profil selbst bei einem Anstellwinkel von 0° eine Kraft in Richtung des Potentialfeldes mit dem größerem Gesamtdruck erfährt. Der Auftrieb nimmt bei der Annäherung des Profils an die Trennstromlinie zu und wird beim Durchgang durch diese Linie am größten. Infolge der Verdrängungswirkung des Profils liegt dieser Fall nicht bei $t_{10} = 0$ vor.

Eingezeichnet in Bild 39 wurden gleichfalls die Asymptoten für $t_{10} \rightarrow \pm \infty$ (Gleichung 101). Die Unterschiede zwischen den Asymptoten und den Ergebnissen der vorliegenden nicht-linearen Theorie sind für $t_{10} > 0,2$ so klein, daß sie in der Zeichnung nicht mehr erkannt werden können. Die asymptotische Lösung (101) führt zu sehr guten Ergebnissen bei großen Abständen des Profils zur Trennstromlinie. Wie zu erwarten versagt sie jedoch bei kleinen Abständen.

Die in Bild 39 gezeigten Ergebnisse resultieren allein aus den Wechselwirkungen zwischen der symmetrischen Dickenverteilung des Profils und der Anströmung. In diesem Fall wird auch von einem Dickeneffekt gesprochen. Charakteristisch für diesen Dickeneffekt ist, daß er immer an einer Sprungstelle des Gesamtdruckes betragsmäßig am größten ist. In erster Näherung läßt sich der Auftrieb durch einen Ansatz aus der Skeletttheorie beschreiben. Für ein symmetrisches Profil gilt nach Gleichung (1) :

$$c_A = c_{A\infty} \left(\eta_I \alpha + \eta_{III} \frac{d}{l} \right) \quad (112)$$

η_I beschreibt den Einfluß des Anstellwinkels und η_{III} den Dickeneffekt. Im vorliegenden Fall ist der Anstellwinkel 0° .

Damit weist die Funktion η_{III} denselben Verlauf auf wie die Auftriebsverteilung in Bild 39. η_{III} nimmt also am Rand eines Potentialfeldes seinen maximalen Wert an.

In Bild 40 wird der Auftrieb des Profils NACA 64 A 010 in einem Strahl mitgeteilt. Der Strahl hat die Breite 1. Das Geschwindigkeitsverhältnis in der Anströmung ist wieder $\lambda = 1,1$, wobei λ das Verhältnis der Geschwindigkeit im Strahl zu derjenigen außerhalb ist. Die Berechnungen wurden bei einem Anstellwinkel des Profils von 0° durchgeführt. Aufgetragen ist der auf die mittlere Anströmgeschwindigkeit $U_M = \frac{U_1 + U_2}{2}$ bezogene Auftriebsbeiwert c_A über dem vertikalen Abstand der Profilnase zur Strahlmitte t_{10} . Die Ergebnisse zeigen, daß die auf das Profil wirkende Kraft immer in Richtung der Strahlmitte weist. Oberhalb der Strahlmitte - für positive t_{10} - erfährt das Profil einen Abtrieb, unterhalb - für negative t_{10} - einen Auftrieb. Bei der Annäherung an eine der Trennstromlinien nimmt die resultierende Kraft betragsmäßig zu und wird gerade beim Durchgang durch einen der Strahlränder betragsmäßig am größten. Der Maximalwert ist jedoch kleiner als bei nur einem Geschwindigkeitssprung in der Strömung bei sonst gleichen Randbedingungen.

Der Einfluß des zweiten Strahlrandes auf den Auftrieb des Profils läßt sich aus Bild 41 ansehen. Hier sind die Ergebnisse von Berechnungen aufgetragen, bei denen die Lage des Profils relativ zum unteren Strahlrand festgehalten und die Strahlbreite variiert wurde. Die Berechnungen wurden einmal für den Fall durchgeführt, daß sich das Profil im Strahl und zum anderen wenn es sich außerhalb des Strahls befindet. Über der Strahlbreite b ist der Parameter H aufgetragen, der definiert wird durch :

$$H = \frac{c_{A,b} - c_{A,\infty}}{c_{A,\infty}} \quad (113)$$

Der Index ∞ bedeutet den Grenzfall der unendlichen Strahlbreite und der Index b Berechnungen mit endlicher Strahlbreite. Man erkennt, daß H bereits für eine Strahlbreite von $\frac{b}{l} = 1,5$ vernachlässigbar klein ist. Bei kleiner werdender Strahlbreite nimmt H zu, und zwar unterschiedlich je nachdem, ob das Profil sich innerhalb oder außerhalb des Strahls befindet.

Bei Lagen im Strahl wandert das Profil bei abnehmender Strahlbreite immer mehr in die Strahlmitte. Wie die Ergebnisse in Bild 40 zeigen, nimmt der Auftrieb dabei ab und wird gerade dann zu Null, wenn sich das Profil in der Strahlmitte befindet. Eine weitere Verringerung der Strahlbreite führt zu negativen Auftrieben. Hinzu kommt, daß die Delleneffekte selbst bei abnehmender Strahlbreite kleiner werden.

Für den Fall, daß sich das Profil außerhalb des Strahls befindet, ist dies die einzige Ursache für die Verringerung der Delleneffekte. Im Grenzfall verschwindender Strahlbreite ist die Zuströmung gleichförmig und damit verschwinden auch die Delleneffekte.

In Bild 41 wurden auch Ergebnisse der asymptotischen Lösung (Gleichung 101) eingetragen. Für große Strahlbreiten kann eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der nichtlinearen Theorie beobachtet werden.

Aus Bild 41 kann auch abgelesen werden, wie groß der Fehler ist, wenn der zweite Strahlrand bei der Berechnung nicht berücksichtigt wird. Diese Aussagen sind allerdings abhängig von der vorgegebenen Anströmung und dem bei der Rechnung zugrunde gelegten Abstand zwischen Profil und unterem Strahlrand.

Den Einfluß des Profils auf die Strahlränder zeigt Bild 42. Für ein Profil in einem Strahl mit der Breite $\frac{b}{l} = 1$ und dem Geschwindigkeitsverhältnis $\lambda = 1,1$ in der Anströmung ist der Verlauf der Strahlränder und ihre Wirbelbelegung eingezeichnet. Der vertikale Abstand zum unteren Strahlrand beträgt 0,15 l. In Bild 42 wurde das berechnete Profil NACA 64 A 010 eingezeichnet. Wegen des unterschiedlichen Maßstabes der x- und y-Achse erscheint es verzerrt.

Die Positionen der Strahlränder 10 Profillängen vor und hinter dem Profil wurden zusammen mit der dazugehörigen Zirkulationsverteilung in Bild 42 eingezeichnet. Obwohl der Auftriebsbeiwert des Profils, bezogen auf die mittlere Anströmung nur $c_A = 0,015$ ist, läßt sich doch die Krümmung des Strahls deutlich erkennen. Die Zirkulationsverteilung am unteren Strahlrand zeigt in der Umgebung des Profils einen charakteristischen Verlauf. An der Profilhase ist sie erheblich größer als der Grenzwert im Unendlichen, während sie am Profil selbst kleiner wird und gerade an der dicksten Stelle des Profils ein Minimum aufweist. Der Einfluß des Profils auf den oberen Strahlrand ist dagegen vergleichsweise gering.

Die Abhängigkeit des Auftriebs von dem Geschwindigkeitsverhältnis λ in der Zuströmung wird für das Profil NACA 0009 in Bild 43 gezeigt. Die Berechnungen wurden für eine bestimmte, festgehaltene Position des Profils im Strahl durchgeführt. Neben den Ergebnissen aus der vorliegenden nichtlinearen Theorie wurde auch die asymptotische Lösung nach Gleichung (101) eingetragen. Für $\lambda = 1$ stimmt sie sowohl mit dem berechneten Auftrieb als auch dem Gradienten überein.

Aus Gleichung (101) erhält man:

$$\left(\frac{dc_A}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \right)_{\lambda=1} = - 2M \frac{\left(\frac{1}{2} - x_{DP}\right)}{h} - 2\pi\alpha \frac{1}{8h^2} \quad (114)$$

Neben dem Dickeneffekt wurde auch der Einfluß von ungleichförmigen Anströmungen auf Profile mit von Null verschiedenen Anstellwinkeln untersucht. In Bild 44 ist der Auftriebsbeiwert c_A in Abhängigkeit des Anstellwinkels α aufgetragen.

Das Profil befindet sich dabei in der Mitte eines Strahls mit dem Geschwindigkeitsverhältnis $\lambda = 1,1$ und der Breite $\frac{b}{l} = 1$. Die Änderung des Anstellwinkels wurde durch Drehung des Profils um die Profilnase durchgeführt. Dadurch wird erreicht, daß sich die Profilnase immer in der Mitte des Strahls relativ zur Anströmung 10 Profillängen vor der Nase befindet. Zum Vergleich wurden die berechneten Auftriebsbeiwerte für dasselbe Profil bei gleichförmiger Zuströmung eingetragen. Die Unterschiede zwischen den beiden Fällen $\lambda = 1$ und $\lambda = 1,1$ sind relativ gering. Diese kleinen Unterschiede gewinnen jedoch gleich eine andere Bedeutung, wenn die vorliegenden Ergebnisse mit denjenigen für einen Freistrahls verglichen werden. Bei einem Freistrahls werden ja die maximalen Delleneffekte beobachtet. Die Auftragung in Bild 44 zeigt jedoch, daß die Delleneffekte auch bei einem Freistrahls relativ klein sind.

Die Ursache läßt sich aus einem Vergleich mit Bild 45 erklären. Dort ist der Verlauf der Strahlränder zusammen mit den Wirbelbelegungen für einen Anstellwinkel des Profils von $\alpha = 10^\circ$ eingezeichnet. Die Auftragung zeigt, daß der Strahl durch das Profil verdrängt wird. Das Profil befindet sich dadurch nicht mehr in der Strahlmitte sondern am unteren Strahlrand. Um diese Verdrängungswirkungen

deutlich zu machen, wurden die Ränder des ungestörten Strahls skizziert.

In erster Näherung läßt sich der Auftrieb eines symmetrischen Profils durch den Ansatz Gleichung (113) beschreiben. Von der Funktion η_{III} in Gleichung (113) ist bekannt, daß sie am Rand eines Potentialfeldes ihren Extremwert erreicht. Am oberen Strahlrand ist dieser Extremwert negativ und am unteren Rand positiv. Bei einer Delle drehen sich diese Verhältnisse genau um. Die Funktion η_I weist dagegen ein grundsätzlich anderes Verhalten auf. Nach P. Ruden [36,37] ist η_I in der Mitte eines Strahls am größten und nimmt zu den Rändern hin ab. Dabei wird der kleinste Wert in dem Potentialfeld mit dem geringeren Gesamtdruck erreicht.

Im vorliegenden Fall befindet sich das Profil in der Nähe des unteren Strahlrandes. η_{III} ist also positiv und wird mit zunehmendem Anstellwinkel immer größer, da das Profil dabei immer näher an den unteren Strahlrand herankommt. Der Anstellwinkeleffekt, beschrieben durch η_I , wird dagegen mit zunehmendem Anstellwinkel kleiner. Beide Effekte kompensieren sich zumindest teilweise, so daß sich der Auftrieb nur wenig von demjenigen für das Profil in der Strahlmitte unterscheidet.

In Bild 46 ist die Änderung des Auftriebs beim Durchgang des Profils NACA 64 A 010 mit einem Anstellwinkel von $\alpha = 5^\circ$ durch einen Strahl mit der Breite $\frac{b}{l} = 0,4$ aufgetragen. Das Geschwindigkeitsverhältnis in der Zuströmung beträgt $\lambda = 1,1$. Der Auftriebsbeiwert c_A wurde auf die Geschwindigkeit außerhalb des Strahles bezogen. Die Ordinate $\left(\frac{t}{l}\right)_{10}$ beschreibt den vertikalen Abstand des Profils zur Strahlmitte in der ungestörten Anströmung. Die Positionen der Strahlränder in der ungestörten Anströmung wurden markiert. Die Auftragung zeigt, daß der Strahl durch das Profil um nahezu

die halbe Strahlbreite nach oben verdrängt wird. So liegen die Durchgangsfälle bei $(\frac{t}{l})_{10} = -0,01$ und $(\frac{t}{l})_{10} = 0,39$ statt bei $-0,2$ bzw. $0,2$. Der Auftrieb ist dann am größten, wenn sich das Profil in der Nähe des unteren Strahlrandes aber im Strahl selbst befindet und nicht beim Durchgang durch die Strahlränder. Der Auftrieb in der Nähe des unteren Strahlrandes ist größer als am oberen Strahlrand. Die Ursache dafür ist in dem bekannten Verhalten des Dicken-effektes zu sehen. Am oberen Strahlrand führt er zu einem Abtrieb und am unteren Rand zu einem Auftrieb. Am oberen Strahlrand kompensieren sich die beiden Effekte nahezu vollständig. Der Auftrieb entspricht dann demjenigen für das Profil, welches sich außerhalb des Strahles befindet. Für den oberen Durchgangsfall erhält man:

$$c_A = 0,61$$

Der entsprechende Wert für eine gleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung beträgt :

$$c_A = 0,59$$

Die Druckverteilung auf der Profilkontur ist für diesen Fall in Bild 47 wiedergegeben.

Die Ergebnisse zeigen, daß die Lage des Profils in einem Strahl oder einer Delle nicht unmittelbar aus der Anströmung erkennbar ist. So kann sich das Profil in einem Strahl befinden, während es weit vor dem Profil den Anschein hat, daß es außerhalb liegt. Dieses Verhalten schränkt die Anwendung von Näherungsverfahren stark ein, welche keine Auslenkung der Trennstromlinien berücksichtigen können.

In Bild 46 sind die Ergebnisse der Asymptote (101) eingetragen. Dabei wurde nur ein Strahlrand berücksichtigt. Allerdings wurde der durch das Profil gestörte Verlauf der Strahlränder durch Spiegelung der Singularitäten an dem ausgelenkten Strahlrand erfaßt.

Für Positionen des Profils im Strahl selbst sind die Voraussetzungen, die zur Gleichung (101) geführt haben, nicht mehr erfüllt, weshalb hier auf eine Darstellung von Ergebnissen in diesem Bereich verzichtet wurde. In großer Entfernung zum Strahl beschreibt diese Näherung das asymptotische Verhalten recht gut. Bei sehr kleinem Abstand des Profils zur Trennstromlinie werden deutliche Unterschiede zur exakten Theorie beobachtet.

In Bild 48 sind die Verläufe der Trennstromlinien in der Umgebung der Profilnase für die beiden Fälle skizziert, wenn das Profil von der oberen, bzw. unteren Trennstromlinie getroffen wird. Da der "cusp" immer auf der Seite mit dem geringeren Gesamtdruck einen Staupunkt aufweist, zeigen die Trennstromlinien einen unterschiedlichen Verlauf, je nach dem ob die Profilober- oder Unterseite im Strömungsfeld mit größerem Gesamtdruck liegt. Aus den Berechnungen folgt, daß der "cusp" in der Umgebung der Stelle liegt, bei der sich bei ungleichförmiger Anströmung der Staupunkt befindet.

Für 3 Lagen des Profils, unterhalb, im Strahl und oberhalb des Strahls sind die Verläufe der Strahlränder und ihre Zirkulationsverteilungen in den Bildern 49, 50 und 51 eingezeichnet.

Man erkennt auch hier das charakteristische Verhalten der Strömung in der Umgebung von Profilnasen.

Die Lage der Strahlränder und die Zirkulation 10 Profillängen vor und hinter der Nase sind markiert. Die Auftragung zeigt, daß der Strahl durch das Profil gekrümmt ist.

9.2 Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse

Messungen an einem Tragflügel mit dem symmetrischen Profil NACA 0025 werden von P. Ruden [4] mitgeteilt. Neben der Auftriebsverteilung wird auch die Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung angegeben, so daß diese experimentellen Ergebnisse nachgerechnet werden können.

In Bild 52 ist die von P. Ruden [4] gemessene Delle eingezeichnet. Für die Berechnungen wurde eine Ersatzdelle bestimmt, die die folgenden Bedingungen erfüllen soll:

1. Der Geschwindigkeitssprung in der Ersatzdelle soll gleich dem Geschwindigkeitssprung vom Strahlrand zur Sohle der Nachlaufdelle sein.
2. Die Impulse der ursprünglichen und der Ersatzdelle sollen gleich groß sein.

Damit ergibt sich für die Ersatzdelle:

$$\text{Geschwindigkeitsverhältnis } \lambda = \frac{U_{II}}{U_I} = 0,63$$

$$\text{Dellenbreite } \frac{b}{i} = 0,96$$

Im rechten Teil von Bild 52 ist der Quotient $\frac{C_A}{C_{A\infty}}$

über dem Abstand der Profilsehne zur Strahlmitte in der Anströmung aufgetragen. Neben den Messungen von P. Ruden [4] wurden Ergebnisse von Berechnungen mit der hier vorgestellten nichtlinearen Theorie und nach einer linearisierten Näherungstheorie von P. Ruden [36,37] eingezeichnet.

Die Strömung zeigt ein ähnliches Verhalten wie für das Profil im Strahl (Bild 40). Die resultierende Kraft auf das Profil weist in Richtung des Strömungsfeldes mit dem größeren Gesamtdruck, also aus der Delle heraus. Oberhalb der Dellenmitte ist sie ein Auftrieb, unterhalb ein Abtrieb.

Beim Durchgang des Profils durch die Dellenränder ist die resultierende Kraft betragsmäßig am größten. An dieser Stelle zeigen auch die Messungen den größten Auftrieb, da der Rand der Ersatzdellen ungefähr in der Mitte der Scherschicht an den Flanken der ursprünglichen Delle liegt.

Die Ergebnisse aus dem vorliegenden, nichtlinearen Berechnungsverfahren werden durch die linearisierte Theorie von Ruden recht gut angenähert. Die Übereinstimmung bei großen Abständen des Profils zu den beiden Trennstromlinien ist sehr gut, jedoch versagt das Verfahren von Ruden bei kleinen Abständen zwischen Profil und Trennstromlinie. Die Berechnung des Durchgangs eines Profils durch eine Trennschicht ist mit dem Verfahren von P. Ruden nicht möglich.

Der Vergleich der theoretischen mit den experimentellen Ergebnissen von P. Ruden ist nur unter Einschränkungen möglich. P. Ruden führte seine Messungen in einem Freistrahlgewindkanal durch, wobei er eine ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung durch einen Widerstandskörper erzeugte.

Die Messungen wurden an rechteckigen Modellflügeln mit dem geometrischen Seitenverhältnis $\Lambda = 7$ durchgeführt. Das effektive Seitenverhältnis wurde durch Messung bei einer gleichförmigen Geschwindigkeitsverteilung in der Zuströmung durchgeführt.

Für das Profil NACA 0025 erhält Ruden:

$$\Lambda = 4,1$$

Dieses effektive Seitenverhältnis braucht bei einer ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung nicht konstant zu sein.

Die Übereinstimmung der theoretischen und experimentellen Ergebnisse ist auch in der Scherschicht recht gut. Lediglich in der Mitte der Scherschicht, gerade beim Durchgang des Profils durch den Dellenrand werden größere Unterschiede beobachtet. Das vorliegende nichtlineare Berechnungsverfahren gibt die Meßwerte besser wieder als die linearisierte Theorie von P. Ruden.

Mit dem vorliegenden, nichtlinearen Berechnungsverfahren wurden auch die in Kapitel 4 beschriebenen Ergebnisse experimenteller Untersuchungen nachgerechnet. Die gemessene Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung ist in Bild 13 dargestellt. Man erkennt, daß die Breite der Scherschicht gleich der halben Profiltiefe ist. Sie ist also ungefähr 5 mal so dick wie das Profil.

In diesem Fall erweist es sich als sinnvoll, die Scherschicht nicht nur durch einen Geschwindigkeitssprung zu ersetzen, sondern durch eine stufenförmige Verteilung.

Für die Berechnung wurde eine Anzahl von 3 Stufen gewählt. Das Strömungsfeld besteht nun aus 4 Potentialfeldern, und es gibt 3 Sprungstellen des Gesamtdruckes.

Die Ermittlung der Diskretisierung der Zuströmung ist in Kapitel 7.2 für das vorliegende Beispiel beschrieben worden.

Das Geschwindigkeitsverhältnis in der Zuströmung beträgt $\lambda = 1,6$, die Breite der Ersatzschicht $\frac{b}{l} = 0,53$.

Die Berechnungen wurden für dasselbe Profil - NACA 64 A 010 durchgeführt, für das auch experimentelle Ergebnisse vorliegen.

Nachgerechnet wurde der Durchgang des Profils durch die Scherschicht für die Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 2,5^\circ$.

Die theoretischen und experimentellen Ergebnisse sind für die Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ und $\alpha = 2,5^\circ$ in Bild 53 dargestellt.

Aufgetragen wurde jeweils der Auftriebsanstieg c_A bezogen auf $c_A'_{\infty}$ über dem Abstand der Profilnase zur Mitte der Scherschicht in der Anströmung. c_A wurde mit der mittleren Anströmgeschwindigkeit U_m gebildet.

Die berechneten Verläufe des Auftriebs zeigen einen girlandenförmigen Verlauf. Die relativen Maxima treten jeweils beim Durchgang durch eine der Trennstromlinien auf. An diesen Stellen ist auch eine gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment zu beobachten. Zwischen den Durchgangsfällen treten dagegen größere Unterschiede auf.

Diese Girlanden sind bei dem Anstellwinkel von 0° am ausgeprägtesten, während sie für $2,5^\circ$ bereits kleiner sind. Bei einem Anstellwinkel von 5° - Bild 46 - sind sie kaum noch nachzuweisen. Es handelt sich allein um einen Effekt, der infolge der Profildicke aus der ungleichförmigen Zuströmung resultiert.

Der Anstellwinkel-effekt wird gerade in der Mitte einer Delle oder eines Strahls am größten.

Das Maximum des Dickeneffekts beim Durchgang eines Profils durch eine Trennstromlinie ist in dem mathematischen Modell begründet. Die Drehung im gesamten Strömungsfeld wird auf diskreten Linien konzentriert. Nun ist bei gleichförmiger Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung für ein symmetrisches Profil die Zirkulation gerade 0. Im Durchgangsfall liegt dann eine Wirbelschicht auf der Kontur selbst. Dadurch wird der Strömung um das Profil eine Zirkulation aufgeprägt, welche zu den gezeigten, recht großen Auftriebsbeiwerten führt.

In Vergleichsrechnungen wurde die ausgemessene Anströmung durch 5 Stufen diskretisiert. Wegen des doch schon recht großen Rechenaufwandes wurden nur einige Beispiele durchgerechnet. In den Beispielen befindet sich das Profil gerade in der Mitte einer Stufe, also dort, wo die " Girlanden " ihren Bauch haben. Der Vergleich zeigt, daß dieser Minimalwert größer ist als beim 3-Stufenmodell. Das bedeutet jedoch, daß durch eine feinere Diskretisierung auch eine bessere Übereinstimmung mit experimentellen Werten erreicht werden kann.

Für den Durchgang des Profils durch die mittlere Trennschicht bei einem Anstellwinkel von 0° - also den Fall, für den der Auftrieb in der Scherschicht am größten wird - ist die Druckverteilung in Bild 54 dargestellt.

Aufgetragen wurde die Druckdifferenz zwischen Profilober- und Unterseite.

I stellt die experimentell ermittelte Druckverteilung dar. Die Berechnung des Profils mittels des vorliegenden nicht-linearen Berechnungsverfahrens führt zu der Druckverteilung II. Die Übereinstimmung mit der gemessenen Druckverteilung ist recht gut.

Die Kurve III zeigt die Druckverteilung nach der im Kapitel 2 beschriebenen Näherung für $\lambda \approx 1$. Die Ergebnisse nach der linearisierten Theorie von J. Weissinger [48,49] für diese Anströmung sind unter IV aufgetragen.

Die vorliegende, nichtlineare Theorie zeigt die beste Übereinstimmung mit dem Experiment. Bemerkenswert ist auch die gute Übereinstimmung der Näherung für $\lambda \approx 1$ im Vergleich mit der linearisierten Theorie von Weissinger.

In einer Tabelle wird eine Übersicht über die Auftriebsbeiwerte aus Theorie und Messung gegeben. Wie bereits die Druckverteilungen zeigten, weist auch hier die vorliegende nichtlineare Theorie die beste Übereinstimmung mit dem Experiment auf.

9.3 Ein Anwendungsbeispiel: Flugzeug mit T-Leitwerk bei hohen Anstellwinkeln

Moderne Flugzeuge werden vielfach mit einem T-Leitwerk ausgerüstet. Der Vorteil dieser Anordnung besteht in der ungestörten Anströmung des Höhenleitwerks im Reiseflug. Bei hohen Anstellwinkeln gerät das Höhenleitwerk jedoch in die Nachlaufströmung des Flügels, was zu den bekannten Erscheinungen des sog. "super-stall" führen kann. Für diesen Fall ist eine genaue Kenntnis der auf das Leitwerk wirkenden Strömungskräfte von großem Interesse.

Der charakteristische Momentenverlauf für ein Flugzeug mit T-Leitwerk ist in Bild 55 gezeigt. Die verschiedenen Lagen des Höhenleitwerks im Nachlauf des Flügels sind skizziert. Beim Durchgang des Höhenleitwerks durch den Nachlauf ändert sich das Nasenmoment in einer charakteristischen Weise. Durch die Delleneffekte entstehen zusätzliche Kräfte auf das Höhenleitwerk. Sie sind, wie aus den in 9.1 - 9.2 vorgestellten Berechnungen bekannt ist, am oberen Dellenrand positiv und am unteren negativ. Am oberen Rand des Nachlaufs - bei ① und ② in Bild 55 - führen sie zu einem negativen, am unteren Dellenrand - ③ und ④ - zu einem positiven Nickmoment.

Die nichtlinearen Effekte sind in Bild 55 durch eine Schraffur kenntlich gemacht.

Die eingezeichnete Gerade ist dabei die Tangente an den Momentenverlauf für den Anstellwinkel 0° .

Das vorliegende Berechnungsverfahren ermöglicht es, diesen Momentenverlauf unter Berücksichtigung der Delleneffekte zu berechnen. Die Dreidimensionalität in der Strömung kann entsprechend der Tragflügeltheorie, wie sie z.B. von Schlichting - Truckenbrodt [74] beschrieben wird, bei der Berechnung berücksichtigt werden.

Die Berechnung wurde für eine Kombination von Flügel und Höhenleitwerk durchgeführt, welche von Siegler et al. [16, 17, 18] vermessen wurde. Es handelt sich um zwei Rechteckflügel mit den Streckungen $\Lambda = 5$ und $\Lambda = 3,3$. Das Berechnungsverfahren wird in der Anlage C vorgestellt. Ergebnisse von Berechnung und Messung werden in Bild 56 mitgeteilt. Aufgetragen wurde der nichtlineare Anteil des Nasenmoments über dem Anstellwinkel α . Der Bezugspunkt des Momentes lag, wie bei den Messungen von Siegler, 8% der aerodynamischen Fluchtiefe l_u vor dem gemessenen Neutralpunkt. In einer Skizze ist die Anordnung von Flügel und Höhenleitwerk dargestellt.

Der Vergleich von theoretischen und experimentellen Ergebnissen zeigt eine sehr gute Übereinstimmung. Die Notwendigkeit zur Berücksichtigung gerade der Delleneffekte geht aus einer Betrachtung der Kurve (3) hervor. Sie wurde ebenfalls nach dem in Anhang C mitgeteilten Verfahren bestimmt. Im Gegensatz zur vollständigen Theorie wurden die Delleneffekte nicht berücksichtigt, sondern nur die Unterschiede im Gesamtdruck in Betracht gezogen.

Der Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen - Kurve (1) - zeigt, daß eine Berücksichtigung lediglich der Gesamtdruckunterschiede zu keiner guten Übereinstimmung von Theorie und Experiment führt.

9.4 Ungleichförmige Anströmung einer Wand

Ein klassisches Problem der Potentialtheorie ist die senkrechte Anströmung eines Strahles endlicher Breite auf eine ebene Wand. Wie in Bild 57 gezeigt, ist das Strömungsfeld identisch mit demjenigen, welches man beim Zusammenströmen zweier Strahlen mit demselben Gesamtdruck und derselben Breite erhält. Die Wand ist die Symmetriestromlinie dieses Feldes. Von Birkhoff-Zarantonello [75] und Gurevich [76] sind diese Strömungen durch konforme Abbildung berechnet worden.

Diese Verfahren versagen jedoch, wenn die beiden Strahlen einen unterschiedlichen Gesamtdruck besitzen oder eine ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung im Strahl, der auf die Wand trifft, vorliegt. Die Strömung für zwei Strahlen mit unterschiedlichem Gesamtdruck aber gleichem Strahl-impuls ist in Bild 58 dargestellt.

Dafür gilt:

$$u_1^2 \cdot b_1 = u_2^2 \cdot b_2 \quad (115)$$

$$\frac{b_1}{b_2} = \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 \quad (116)$$

Die Strömung wird um 90° umgelenkt. Eingezeichnet wurde der Verlauf der Strahlränder und die Trennstromlinie zwischen den beiden Strahlen. Diese Trennstromlinie liegt zwischen zwei Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck.

Wegen der Druckbedingung - Kapitel 7 - kann auf ihr kein Staupunkt in dem Potentialfeld liegen, welches einen größeren Gesamtdruck aufweist. Diese Bedingung kann nur durch einen Verlauf der Trennstromlinie in der eingezeichneten Art erfüllt werden. An der Stelle (A) bildet sich ein "Semistaupunkt" oder "cusp" in der bekannten Art aus, daß das Fluid mit dem größeren Gesamtdruck stetig und ohne Staupunkt

umgelenkt wird, während auf der anderen Seite, im Potentialfeld mit geringerem Gesamtdruck ein Staupunkt vorliegt.

Die Symmetrielinie der vorliegenden Strömung ist die horizontale Achse der Strahlen. Wieder kann diese Linie als Wand interpretiert werden.

Eine Umkehrung der Strömungsrichtung - was bei reibungsfreien inkompressiblen Strömungen keine Unterschiede im Strömungsfeld hervorruft - führt zu dem in Bild 59 gezeigten Stromlinienbild der ungleichförmigen Anströmung einer ebenen Wand.

Da die Wand bei reibungsloser Strömung keine Kräfte in vertikaler Richtung ausüben kann, müssen die Impulse der nach oben und unten abgelenkten Teilstrahlen gleich groß sein.

$$U_{1\infty}^2 b_1 = U_{2\infty}^2 b_2 \quad (97)$$

Dadurch sind die Zuströmbedingungen für den vorliegenden Stromlinienverlauf festgelegt. An der Stelle $\textcircled{P}$ liegt ein Semistaupunkt der in Kapitel 7 beschriebenen Art vor. An dieser Stelle läuft die Trennstromlinie zwischen den beiden Strahlzonen tangential in die Wand hinein, sie wird zur Wandstromlinie.

Für unterschiedliche Impulse der beiden Teile des auf die Wand treffenden Strahls ändert sich das Strömungsbild nach der in Bild 60 gezeigten Art. Da die Wand keine vertikalen Kräfte aufnehmen kann, müssen die Impulse der nach oben und unten abgelenkten Teilstrahlen gleich groß sein. Das bedeutet aber, daß Fluid aus dem Strahlteil, der in der Anströmung einen größeren Impuls besitzt, sowohl nach oben als auch nach unten umgelenkt wird. Die Wand kann also nur von dem Fluid benetzt werden, dessen Teilstrahl in der Anströmung den größeren Gesamtimpuls besitzt.

Die Trennstromlinie zwischen den beiden Strahlteilen wird je nach der Impulsverteilung nach oben oder nach unten abgelenkt. Nur bei Impulsgleichheit der beiden Strahlteile trifft sie direkt auf die Wand und bildet dort einen "cusp". Die Analogie zur Annäherung und dem Durchgang eines Profils durch eine Trennstromlinie ist offensichtlich. Dem Durchgangsfall entspricht gerade der Fall 2 in Bild 60 - Impulsgleichheit der beiden Strahlteile.

Unterschiedliche Impulsverteilungen im anströmenden Strahl können bei der Berechnung auf zwei verschiedene Weisen realisiert werden:

1. Es werden die Geschwindigkeiten U_I und U_{II} in der Anströmung festgehalten und die Breiten der Teilstrahlen b_1 und b_2 variiert.
2. Die Breite der Teilstrahlen b_1 und b_2 wird festgehalten und die Geschwindigkeiten U_I und U_{II} in der Anströmung variiert.

Im vorliegenden Bild 60 wurde das Geschwindigkeitsverhältnis in der Anströmung festgehalten und die Strahlbreite variiert.

Strömungen dieser Art lassen sich unter den bekannten Voraussetzungen mit dem vorgestellten nichtlinearen Berechnungsverfahren untersuchen. Dazu werden die Strahlränder, die Wand und die Trennstromlinie durch Wirbelverteilungen ersetzt. Am Rand eines Freistrahls ist die Geschwindigkeit konstant und damit auch die Zirkulationsdichte. Zu berechnen sind also nur die Wirbelverteilung auf der Wand, die Wirbelbelegung und der Verlauf der Trennstromlinie und der Verlauf der Strahlränder. Das Berechnungsverfahren wird im Anhang E erläutert.

Beispielrechnungen wurden für ein Geschwindigkeitsverhältnis von $\lambda = 1,01$ im anströmenden Strahl durchgeführt.

In Bild 60 ist der berechnete Stromlinienverlauf für 3 verschiedene Impulsverteilungen in der Anströmung wiedergegeben. Die Lage der Staupunkte an der Wand wurden markiert.

Bild 61 zeigt die Druckverteilung auf der Wand für die 3 Fälle aus Bild 60. Der Druckbeiwert c_p wurde auf die Geschwindigkeit bezogen, die in der Anströmung des Potentialfeldes vorliegt, in welchem die Wand liegt. Für den Fall, daß die Trennstromlinie gerade auf die Wand trifft, wurde c_p auf U_2 bezogen. Die Auftragung wurde so gewählt, daß die Staupunkte im Ursprung liegen. Dadurch lassen sich die Druckverteilungen für die einzelnen Zuströmbedingungen sehr gut miteinander vergleichen. Die resultierende Druckkraft ist gerade gleich dem Impuls des anströmenden Strahls.

Das vorgestellte Beispiel ist das einfachste, denkbare Modell für die ungleichförmige Anströmung geometrischer Anordnungen. An diesem Beispiel wurde auch die Umströmung des "cusp" analytisch untersucht.

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind im Anhang B wiedergegeben.

9.5 Ergebnisse von Beispielrechnungen für Gitterprofile und Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

9.5.1 Gitterprofile bei homogener Zuströmung

Die Berechnungen wurden für das symmetrische Profil NACA 64 A 010 durchgeführt.

In Bild 62 ist die Druckverteilung auf der Profilkontur bei einem Anstellwinkel $\alpha = 0^\circ$ für verschiedene Gitterteilungen t aufgetragen. Mit kleiner werdendem t wird der freie Strömungsquerschnitt zwischen den Profilen kleiner, was zu größeren Unterdrücken auf der Kontur führt.

9.5.2 Gitterprofile bei ungleichförmiger Zuströmung

In Bild 63 ist der Einfluß von ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung auf ein Schaufelprofil gezeigt. Berechnet wurde das Gitterprofil NACA 8410 bei einer Teilung $t = 0,75$ in einer mit derselben Teilung periodischen Anströmung. Die Breite der Delle ist $\frac{b}{l} = 0,3$ und das Geschwindigkeitsverhältnis in der Anströmung $\lambda = 0,75$. Der Staffellungswinkel des Gitters beträgt $80,1^\circ$.

Die resultierende Auftriebskraft auf die Schaufel ist ebenfalls mit t periodisch. Aus Bild 63 erkennt man, daß der Auftrieb kleiner wird, wenn sich die Schaufel in der Delle befindet. Dasselbe Verhalten zeigen auch experimentelle Ergebnisse von Ohashi [23] für dieses Gitter. Ohashi führte die Messungen an einem Tandemgitter durch. Dabei wird die zweite Stufe durch den Nachlauf der ersten Stufe ungleichförmig angeströmt. Der Abstand der beiden Stufen war so groß, das eine potentialtheoretische Interferenz nicht mehr zu erwarten war. So zeigen die Ergebnisse nur die Delleneffekte. Für die Berechnungen wurden die Nachlaufdellen der ersten Stufe aus den von Ohashi ermittelten Verlustbeiwerten derselben Stufe an Hand empirischer Formeln von Raj et. al. [21] ermittelt. Die theoretischen Ergebnisse liegen bei etwas kleineren Werten als die experimentellen. Die Ursache für die Unterschiede liegt darin, daß die Anströmung der zweiten Stufe von Ohashi nicht gemessen worden ist. Die Berechnungen wurden daher für eine Anströmung durchgeführt, wie sie Ohashi selbst aus der Anströmung der ersten Stufe und den Schaufelwinkeln theoretisch ermittelt hat. Trotzdem werden die experimentellen Ergebnisse durch die vorliegende nichtlineare Theorie sehr gut wiedergegeben.

In Bild 64 ist der Verlauf der Delle für verschiedene Lagen der Schaufel in der Anströmung wiedergegeben. Man erkennt deutlich die Umlenkung der Strömung im Gitter.

9.6 Berechnung ebener Kanalströmungen mit ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen

Das vorgestellte Berechnungsverfahren für Strömungsfelder mit ungleichförmiger Anströmung wurde bisher nur auf Außenströmungen angewendet. Eine weitere Anwendung sind Innenströmungen, wie z.B. in ebenen Kanälen. Dort liegen in der Praxis sehr häufig ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilungen vor. Die Ursachen dafür können vielfältiger Natur sein, wie z.B. Krümmen, Einbauten, auch Nachläufe von Gebläsen oder Pumpen oder Reibungseinflüsse an den Kanalwänden.

Diese ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen haben eine besondere Bedeutung bei der Ermittlung von Diffusor-Wirkungsgraden, da sie die Druckverteilung an den Kanalwänden und damit auch eine mögliche Strömungsablösung beeinflussen.

An einem Beispiel soll die Anwendung des vorliegenden, nicht-linearen Berechnungsverfahrens auf eine ebene Kanalströmung erläutert werden.

9.6.1 Das mathematische Modell

In Bild 65 ist eine Kanalstrecke gezeigt, welche aus einer Düse und einem Diffusor besteht.

Die Kanalhöhen vor der Düse und hinter dem Diffusor sind unterschiedlich. Es wird eine ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung vorgegeben, welche wieder durch eine stufenförmige Verteilung diskretisiert wird.

Dadurch ist das Strömungsfeld zwischen den Kanalwänden in eine Folge von Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck unterteilt. Die Trennstromlinien werden wie die Kanalwände durch Wirbelbelegungen repräsentiert. Zu berechnen

sind also:

1. Die Wirbelverteilungen auf den Kanalwänden
2. Die Verläufe der Trennstromlinien
3. Die Wirbelbelegungen auf den Trennstromlinien

Wie bekannt, werden zu ihrer Ermittlung die kinematische Strömungsbedingung auf den Kanalwänden und den Trennstromlinien und die Druckbedingung auf den Trennstromlinien herangezogen.

Die kinematische Strömungsbedingung auf den Kanalwänden kann in der von E. Martensen vorgeschlagenen Art formuliert werden (Gleichung 37). Nur wird jetzt verlangt, daß die Geschwindigkeit außerhalb des Kanals verschwindet. Das vollständige Berechnungsverfahren wird im Anhang F beschrieben.

9.6.2 Ergebnisse von Beispielsrechnungen

Beispielsrechnungen wurden für einen Kanal durchgeführt, wie er im Bild 65 gezeigt ist. In Bild 66 ist die Kanal-kontur des Diffusors skizziert. Das Flächenverhältnis des Diffusors beträgt

$$\frac{A_2}{A_1} = 1,25, \text{ die Länge } \frac{1}{H} = 1.$$

In Bild 66 ist die Druckverteilung an der Kanalwand in der Umgebung des Diffusors aufgetragen für verschiedene Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung. Der Druckbeiwert c_p ist auf den Druck an der Stelle (I) und die mittlere Geschwindigkeit an dieser Stelle bezogen. Die Stelle (I) befindet sich in der ungestörten Strömung vor der Querschnittsveränderung des Kanals. Die Auftragung zeigt, daß der Druckanstieg im Diffusor kleiner wird, wenn die Geschwindigkeit in der Kanalmitte zunimmt.

Eine reibungsbehaftete Strömung ist dann weniger ablösungsgefährdet. Auffallend ist das Druckminimum am Eintritt des Diffusors. Die Ursache dafür ist die starke Umlenkung der Strömung infolge des kleinen Krümmungsradiuses der Kanalwand an dieser Stelle. Genauso ist der Druckanstieg am Austritt des Diffusors zu erklären. Nur handelt es sich hier um eine konkave Krümmung, welche zu einem Druckanstieg führt, während bei einer konvexen Krümmung ein Druckabfall beobachtet wird.

Aus dieser Auftragung wird bereits deutlich, daß die Eigenschaften eines Diffusors in starkem Maße von der Ausbildung der Übergänge zum Kanal am Ein- und Austritt abhängen.

In Bild 67 ist der Verlauf der Trennstromlinien für die beiden Fälle ② und ④ dargestellt. Bei ② liegt die maximale Geschwindigkeit in der Anströmung in der Mitte des Kanals vor, bei ④ dagegen an der Wand.

Man erkennt, daß das Potentialfeld in der Kanalmitte trotz der drastischen Änderungen im Kanalquerschnitt seinen eigenen Querschnitt nur geringfügig verringert. Dafür werden wesentlich deutlichere Änderungen im Querschnitt bei den Potentialfeldern an der Kanalwand beobachtet. Ist die Geschwindigkeit in der Kanalmitte größer als am Rand, so werden die Querschnitte der Randfelder stärker verringert als im umgekehrten Fall.

Ein Vergleich von experimentellen und theoretischen Ergebnissen ist in Bild 68 durchgeführt. Die Berechnungen wurden für den in Bild 66 skizzierten Diffusor für das ebenfalls eingezeichnete

Geschwindigkeitsprofile in der Zuströmung durchgeführt. Die Messungen wurden mit einer Reihe von Diffusoren durchgeführt, bei denen das Verhältnis

$$\frac{1}{h_1}$$

konstant gehalten wurde, aber das Flächenverhältnis

$$\frac{A_{II}}{A_I}$$

und damit auch der Öffnungswinkel ϕ variiert wurde. Die Diffusoren blasen direkt in die Umgebung aus.

Als einziges Ergebnis wird von Johnston und Wolf die Druckdifferenz zwischen dem Umgebungsdruck - entsprechend dem statischen Druck am Ende des Diffusors und dem statischen Druck im Kanal vor dem Diffusor an der Stelle I (Bild 68) - mitgeteilt, bezogen auf die mittlere Geschwindigkeit an derselben Stelle. Dieser Druckbeiwert in Bild 68 ist in Abhängigkeit des Flächenverhältnisses

$$\frac{A_{II}}{A_I}$$

dargestellt. Die numerischen Berechnungen wurden für dieselbe Geschwindigkeitsverteilung und dieselbe Diffusorgeometrie für eine Kanalströmung mit den vorliegenden Berechnungsverfahren durchgeführt. Die Nachexpansion des an dem Diffusor austretenden Freistrahls wurde durch eine zusätzliche Kanalerweiterung im Anschluß an den Diffusor berücksichtigt, so daß vergleichbare Randbedingungen zu den Messungen vorlagen. Der Vergleich der theoretischen und experimentellen Ergebnisse in Bild 68 zeigt eine gute Übereinstimmung.

Die Beispiele zeigen, daß das vorgestellte nichtlineare Berechnungsverfahren für drehungsbehaftete Strömungen mit Erfolg auch auf Kanalströmungen angewendet werden kann.

Zusammenfassung

Es wird ein nichtlineares Berechnungsverfahren für Profile mit beliebiger Geometrie in drehungsbehafteter Strömung vorgestellt. Durch die Diskretisierung der Anströmung in eine stufenförmige Geschwindigkeitsverteilung besteht die Strömung aus streifenförmigen Gebieten von Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck. Zu berechnen sind jetzt lediglich das Profil und die Ränder der Potentialfelder, was durch ein Singularitätenverfahren erfolgt. Der Aufwand der Berechnungen ist bedeutend geringer als für Differenzenverfahren oder finite Elemente bei vergleichbarer Genauigkeit. Das Verfahren unterliegt keiner Einschränkung bezüglich der Profilgeometrie oder der Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung. Es können auch stark gekrümmte Profile bei Anströmungen mit großem Geschwindigkeitsgradienten berechnet werden.

Das vorliegende Verfahren läßt sich auch auf Schaufelgitter und drehungsbehaftete Kanalströmungen anwenden. In Beispielen werden die Einflüsse der ungleichförmigen Anströmung auf Profile oder Kanalwände gezeigt. So läßt sich durch dieses Verfahren der bei Flugzeugen mit T-Leitwerk bei sehr hohen Anstellwinkeln auftretende überzogene Flugzustand - "super-stall" als Folge der Nachläufe des Flügels erklären und auch vorausagen. Berechnungen von Diffusoren zeigen, daß der Druckanstieg an der Wand um so größer ist, je kleiner die Geschwindigkeit in der Mitte des Diffusors im Vergleich zu derjenigen am Rand wird. Das bedeutet jedoch, daß die Strömung dann auch stärker ablösungsgefährdet ist, was bei der Auslegung des Diffusors berücksichtigt werden muß.

Der Vergleich der Rechnungen mit eigenen Meßergebnissen an einem Profil in einer Scherschicht und mit Messungen anderer Autoren zeigt eine gute Übereinstimmung, wodurch die Anwendbarkeit des vorliegenden Verfahrens auf drehungsbehaftete Strömungen nachgewiesen wird.

Literatur

- [1] R.C. Pankhurst, D.W. Holder
Wind-Tunnel Technique
London, Pitman 1965.

- [2] A. Pope, J.J. Harper
Low-Speed Wind Tunnel Testing
New York, Wiley, 1966.

- [3] H.C. Garner et.al.
Subsonic Wind-Tunnel Wall Corrections
AGARDograph 109, 1966.

- [4] P. Ruden
Windkanalmessungen über den Windschatteneinfluß
auf Rechtecktragflügel mit symmetrischem Profil
Jahrbuch 1940 der Deutschen Luftfahrtforschung,
I 204-I 214.

- [5] A.K. Gupta, S.C. Sharma
Cambered Joukowski Airfoil in a Nonuniform Weak
Shear Flow
J. Aircraft, October 1974, Vol. 11, No. 10, 653-656.

- [6] W.G. Brady, G.R. Ludwig
Aerodynamic Properties of Airfoils in Nonuniformly
Sheared Flows
Proceedings of the CAL/USAAVLABS Symposium on Aero-
dynamic Problems Associated with V/STOL Aircraft,
Vol. 2, Technical Session 4, June 1966. Cornell
Aeronautical Lab. Inc., Buffalo, N.Y.

- [7] G.R. Ludwig, J.C. Erickson , Jr. :
Airfoils in Two-Dimensional Nonuniformly sheared
Slipstreams
J. Aircraft, November 1971, Vol. 8, No. 11, 874-880.
- [8] R.J. Vidal
The Influence of Two-Dimensional Stream Shear on
Airfoil Maximum Lift
Journal of the Aerospace Science, Volume 29, August 1962,
No. 8, 889-904.
- [9] R.J. Vidal
The Influence of Two-Dimensional Stream Shear on
Airfoil Maximum Lift
IAS/ARS G1-120-1 , 1961.
- [10] R.J. Vidal, J.H. Hilton, J.T. Curtis
The Two-Dimensional Effects of Slipstream
Shear on Airfoil Characteristics
Cornell Aeronautical Laboratory Inc.
Report No. A I - 1190 - A - 5/Sept. 1960.
- [11] W.A. Mair, D.J. Maull
Aerodynamic Behaviour of Bodies in the Wakes of other
Bodies
Phil Trans. Roy. Soc. London A. 269, 425-437 (1971).
- [12] S.J. Price
The Origin and Nature of the Lift Force on the
Leeward of Two Bluff Bodies
Aeronautical Quarterly, May 1976, Vol. 27, 154-166

- [13] G.E. Khudiakov
Lifting Force of a Circular Cylinder Situated
Asymmetrically in a Jet Flow
Mosk. Gos. Univ. Inst. Mekh.
Nauchnye Trudy Nr. 24 (1973) 85 - 89.
- [14] A.Silverstein, S. Katzoff, W.K. Bullivant
Downwash and Wake behind plain and flapped Airfoils
NACA TR 651, 1939.
- [15] A. Silverstein, S. Katzoff
Design Charts for Predicting Downwash Angles and
Wake Characteristics behind plain and flapped Wings
NACA TR 648, 1939.
- [16] W. Siegler, B. Wagner
Experimentelle Untersuchungen zum Überziehverhalten
von Flugzeugen mit T-Leitwerk
ZFW 2, Heft 3, 156 - 165 (1978).
- [17] W. Siegler
Untersuchungen zum Überziehverhalten von Flugzeugen
mit T-Leitwerk
Dissertation, Darmstadt 1975.
- [18] B. Wagner, W. Siegler
Messungen zur Flügel-Höhenleitwerks-Interferenz
bis in den Bereich hoher Anstellwinkel für Flügel
der Streckung 5 und verschiedener Pfeilung und
Zuspitzung
Ein Beitrag zum Problem "super-stall"
Institut für Flugtechnik, TH Darmstadt, Darmstadt 1971.

- [19] B.L.G. Ljungström
2-D Wind-Tunnel Experiments with Double and Triple
Slotted Flaps
FFA, Technical Note AU - 993.

- [20] B.L.G. Ljungström
Wind-Tunnel High Lift Optimization of a Multiple
Element Airfoil
FFA, Technical Note AU - 778.

- [21] R. Raj, B. Laksminarayana
Characteristics of the Wake Behind a Cascade of
Airfoils
Journal of Fluid Mechanics, Vol. 61, part 4, 1973,
pp. 707 - 730.

- [22] H. Ohashi
Theoretische und experimentelle Untersuchungen an
Tandem-Pumpengittern starker Umlenkung
Ingenieur-Archiv XXVII. Band, Viertes Heft, 1959,
201 - 226.

- [23] H. Ohashi
Theoretische und Experimentelle Untersuchungen
an Tandem-Pumpengittern starker Umlenkung
Dissertation, Braunschweig, 1958.

- [24] S. Müftüoğlu
Strömungsuntersuchungen an Tandemschaufelgittern
Dissertation, Braunschweig 1956.

- [25] P. Pal
Untersuchungen über den Interferenzeinfluß bei
Strömungen durch Tandem-Schaufelgitter
Dissertation, Braunschweig 1964.

- [26] C.F. Cowdrey
A Simple Method for the Design of Wind-Tunnel
Velocity-Profile Grids
NPL Aero Note 1055, May 1967.
- [27] A.J. Yule
Two Dimensional Self-Preserving Turbulent Mixing
Layers at Different Free Stream Velocity Ratios
ARC R & M, No. 3683, 1972.
- [28] P.R. Owen, H.K. Zienkiewicz
The production of uniform shear flow in a wind tunnel
J.F.M., Vol. 2, p.521, August 1957
- [29] N. Galanis, J.F. Barrows
On the Generation of a Two-Dimensional Shear Flow
Developments in Theoretical and Applied Mechanics
Vol. 4, Oxford, Pergamon Press, 1970.
- [30] A. Lloyd
The generation of shear flow in a wind tunnel
Quarterly J.R. met. Soc., Bd. 93, 1967, S. 79-96.
- [31] W. Wuest
Drahtsiebe in der Strömungstechnik
Draht 11 (1960) Nr. 8 S. 416-421.
- [32] C. Salter
Low Speed Wind Tunnels for Special Purposes
NPL Aero Report 1218, Dec. 1966.
- [33] L.K. Loftin
Theoretical and Experimental Data for a Number
of NACA 6A - Series Airfoil Sections
NACA Report 903, 1948.

- [34] F.W. Schmitz
Aerodynamik des Flugmodells
Duisburg, Lange Verlag, 1957
- [35] R.E. Melnik, R. Chow
Asymptotic Theory of Two Dimensional Trailing Edge Flows
NASA SP347, 1975.
- [36] P. Ruden
Theorie des Tragflügelprofils in der Nachbarschaft
sprunghafter Gesamtdruckänderungen. (Strahl- und
Windschatten mit Rechteckprofil)
Jahrbuch 1939 der Deutschen Luftfahrtforschung,
I 98 - I 113.
- [37] P. Ruden
Das NACA-Profil in der Nachbarschaft rechteckiger
Strahl- und Windschattenprofile
Jahrbuch 1939 der Deutschen Luftfahrtforschung,
I 114 - I 138.
- [38] K. Gersten
Strömungsmechanik
Düsseldorf, Bertelsmann Universitätsverlag, 1974.
- [39] J. Weissinger
Theorie des Tragsflügels in exponentieller Scherströmung
Ingenieur-Archiv, 37. Band, 10 - 98, 1968 .
- [40] B. Hopkinson
On Discontinuous Fluid Motions involving Sources and
Vortices
Proc. London Math. Soc., 29, 1898.

- [41] L.G. Whitehead
Two-Dimensional Wind-Tunnel-Interference
ARC R&M No. 2802, London 1954.
- [42] M.I. Khmel'nik
Flow around a cylindrical body by a free jet
of finite width
Industrial Aerodynamics-Mashinostroenie 27 (1966).
- [43] M.A. Gol'dshtik, V.M. Khanin
Interaction of a Cylinder with a free Surface and a Jet
Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza,
No. 5, pp. 50 - 58, Sept. - Oct., 1977.
- [44] M.A. Gol'dshtik, V.N. Sorokin
Rotation of a Cylinder at the Edge of a jet
Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz., No. 1 (1966).
- [45] M.J. Lighthill
Notes on the Deflection of Jets by Insertion of
Curved Surfaces, and on the Design of Bends in Wind-
Tunnels
NPL, R M, No. 2105, Sept. 1945.
- [46] F. Chow, E. Krause, C.H. Liu, J. Mao
Numerical Investigations of an Airfoil in a Nonuniform
Stream
J. Aircraft, Vol. 7, No. 6, Nov.-Dec. 1970, 531-537.
- [47] J.V.D. Vooren, Th. E. Laburjère
Finite Element Solution of the Incompressible Flow
over an Airfoil in a Nonuniform Stream
International Conference on Numerical Methods in
Fluid Dynamics. Sept. 26-28, 1973, Dept. of Civil
Engineering University of Southampton.

- [48] J. Weissinger
Linearisierte Profiltheorie bei ungleichförmiger
Anströmung
Teil I: Unendlich dünne Profile (Wirbel und Wirbel-
belegungen)
Acta Mechanica 10, 207-228 (1970).
- [49] J. Weissinger
Linearisierte Profiltheorie bei ungleichförmiger
Anströmung
Teil II: Schlanke Profile
Acta Mechanica 13, 133-154 (1972).
- [50] J. Weissinger
Zur nichtlinearen Theorie der ungleichförmigen An-
strömung von Profilen
ZAMM 50, 337-346 (1970).
- [51] J.L. Steger, L. Lomax
Calculation of Inviscid Shear Flow Using a Relaxation
Method for the Euler Equations
NASA SP 347, 1975.
- [52] E.E. Jones
The Forces on a Thin Aerofoil in Slightly Parabolic
Shear Flow
ZAMM, Vol. 37, pp. 362-370, 1957.
- [53] J. Zierep
Über die Kräfte und Momente, die auf einen Tropfen
in scherender Strömung wirken
Z.F.W. 3 (1955) Heft 1, 22-25.

- [54] D.S. Tsel'nik
Flow around a Circular Cylinder by some Vortex
Streams with Nonconstant Vorticity
Izvestiya Akademii Nauk SSSR
Mekhanika Zhidkosti i Gaza, No. 3, pp. 93-97,
May-June 1973.
- [55] G.I. Taylor
Motion of Solids in Fluids, when the Flow is not
Irrotational
Proceedings of the Royal Society, A, Vol. XCIII
(1917), pp. 99-113.
- [56] C.F. Chen
Second-Order Theory for Airfoils in Uniform Shear Flow
AIAA Journal, Vol. 4, No. 10, 1712-1726, 1966.
- [57] H. Sockel
Profile in ebener Scherströmung
ZAMM 47 (1967), Heft 7, Seite 439-448.
- [58] H.S. Tsien
Symmetrical Joukowsky Airfoils in Shear Flow
Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 1, 1943, 130-148.
- [59] G. Sowyrd
Theory of Cambered Joukowsky Airfoils in Shear Flow
ASTIA Document No. AD - 201868, Sept. 1958.
- [60] J. Obala
Sur les écoulements de Cisaillement à tourbillon
constant autour d'un profil animé d'un mouvement
quelconque
Journal de Mécanique, Vol. 13, N° 1, Mars 1974.

- [61] A. Coombs
Notes on the Forces Acting on a Two-Dimensional
Aerofoil in Shear Flow in the Presence of a Plane
Boundary
Proc. Cambridge Phil. Soc. 45 (1945), p. 612.
- [62] D.G. James
Two-Dimensional Airfoils in Shear Flow I.
Quart. Journal, Mech. and Applied. Math. Vol. IV,
Pt. 4 (1951).
- [63] Y.M. Kuo
On the force and moment acting on a body in shear flow
Quart. Appl. Math. 1, 273-275 (1943).
- [64] C.A. Shollenberger
Analysis of the Interaction of Jets and Aircraft
J. Aircraft, Vol. 10, No. 5, May 1973, 267-273.
- [65] M.B. Glauert
The Method of Images in Shear Flow
J.F.M. 9, 561-580 (1960)
- [66] T. Nishiyama, K. Hirano
Aerofoil Section Characteristics in Shear Flows
Ingenieur Archiv, 39. Band, 3. Heft, 137-148 (1970).
- [67] L. Ting, C.M. Liu
Thin Airfoil in Nonuniform Parallel Streams
J. Aircraft, Vol. 6, No. 2, S. 173-175, March-April 1969.
- [68] I. Ispas
Beitrag zur Berechnung der reibungsfreien Unterschall-
strömung durch Gitter und Stufen von axialen Turbomaschinen
mit Hilfe eines Differenzenverfahrens
Dissertation, RWTH Aachen, 1974.

- [69] Martensen, E.
Berechnung der Druckverteilung an Gitterprofilen
in ebener Potentialströmung mit einer Fredholm'schen
Integralgleichung. Archive for Rational Mechanics
and Analysis, 3 (1959), S. 235-270.
- [70] K. Jacob
Fortschritte bei der Berechnung der inkompressiblen
Strömung um Tragflügelprofile
BI-Hochschultaschenbuch 721/721a, S. 99-124,
Mannheim, Bibliographisches Institut, 1969.
- [71] K. Jacob
Berechnung der inkompressiblen Strömung um dicke
Tragflügel und Gitterprofile mit eckiger Hinterkante
Z. Flugwiss. 15 (1967), 341-346.
- [72] B. Thwaites
Incompressible Aerodynamics
Oxford, At the Clarendon Press, 1960
- [73] H. Schlichting, E. Truckenbrodt
Aerodynamik des Flugzeuges, Band I
Berlin, Springer-Verlag, 1969.
- [74] H. Schlichting, E. Truckenbrodt
Aerodynamik des Flugzeuges, Teil II
Berlin, Springer-Verlag, 1969
- [75] G. Birkhoff, E.H. Zarantonello
Jets, Wakes and Cavities
New York, Academic Press, 1957

- [76] M.I. Gurevich
Theory of Jets in Ideal Fluids
New York, Academic Press, 1965.
- [77] B. Scholz
Aerodynamik der Schaufelgitter
Karlsruhe, Verlag G. Braun, 1965.
- [78] W. Lienhart
Berechnung der instationären Strömung durch gegen-
einander bewegte Schaufelgitter und der instationären
Schaufelkräfte
VDI-Tagung Braunschweig 1973, VDI-Berichte Nr. 193.
- [79] A. Betz
Konforme Abbildung
Berlin, Springer-Verlag, 1964.
- [80] J.H.B. Smith
Behaviour of a Vortex Sheet Separating from a
Smooth Surface
RAE TR 77058, 1977.
- [81] K. Gersten
Über die Berechnung des induzierten Geschwindigkeits-
feldes von Tragflügeln
Jb. 1957 WGL, S. 172-190 (1958).
- [82] Truckenbrodt, E.
Ein einfaches Verfahren zur Berechnung des Abwindes
von Tragflächen
Ing.-Arch. 18 (1950), 233-238.
- [83] A. Betz
Einführung in die Theorie der Strömungsmaschinen
Karlsruhe, G. Braun, 1959.

[84] S. Wolf, I.P. Johnston

Effects of non-uniform inlet velocity profiles on
flow regimes and performance in two-dimensional diffusors.
Transactions ASME, Series D, Vol. 91, 1969

Verzeichnis der Bilder

- | | |
|---------|---|
| Bild 1 | Ungleichförmige Anströmung von Profilen |
| Bild 2 | Der 0,6 x 0,8m Windkanal englischer Bauart des Instituts für Thermo- und Fluidodynamik |
| Bild 3 | Ansicht des Kanals |
| Bild 4 | Anordnung zur Erzeugung inhomogener Geschwindigkeitsverteilungen |
| Bild 5 | Zur Erzeugung inhomogener Geschwindigkeitsverteilungen |
| Bild 6 | Meßanordnung |
| Bild 7 | Profil NACA 64 A 010 |
| Bild 8 | Das Profilmodell |
| Bild 9 | Ansicht der Meßstrecke und der Meßgeräte |
| Bild 10 | Die Meßapparatur |
| Bild 11 | Druckverteilung auf dem Profil NACA 64 A 010 bei homogener Anströmung |
| Bild 12 | Der Auftriebsbeiwert c_A in Abhängigkeit des Anstellwinkels α bei homogener Anströmung |
| Bild 13 | Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf des Wabengitters bei verschiedenen Gitterhöhen im Kanal |

- Bild 14 Statische Druckverteilung in der Meßstrecke
 hinter dem Wabengitter
- Bild 15, Rauchaufnahmen der Strömung im Nachlauf des
16, Wabengitters
17
- Bild 18 Druckverteilung auf der Kontur des Profils
 NACA 64 A 010 im Nachlauf des Wabengitters
- Bild 19 Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes c_A von der
 Lage des Modells in der Scherschicht bei ver-
 schiedenen Anstellwinkeln α
- Bild 20 Abhängigkeit des Auftriebbeiwertes c_A vom
 Anstellwinkel α bei unterschiedlichen Positionen
 des Profils in der Scherschicht
- Bild 21 Abhängigkeit der Drehung von der Anströmung
- Bild 22 Zur Berechnung von drehungsbehafteten Strömungs-
 feldern
- Bild 23 Inhomogene Anströmung eines Tragflügelprofils
- Bild 24 Verteilung der Drehung in der Anströmung
- Bild 25 Verlauf der Stromlinien in großer Entfernung zu
 einer angestellten Platte
- Bild 26 Zuströmbedingungen
- Bild 27 Zur Berechnung eines Profils in einer Scherschicht
- Bild 28 Zur Herleitung der Druckbedingung

- Bild 29 Flußdiagramm des Berechnungsverfahrens
- Bild 30 Durchgang eines Profils durch eine Trennstrom-
linie
- Bild 31 Zur Berechnung des Durchgangs eines Tragflügel-
profils durch eine Trennstromlinie
- Bild 32 Die Umgebung des "cusp" an der Profilnase
- Bild 33 Die Strömung in der Umgebung der Profilhinter-
kante
- Bild 34 Gestaffeltes Gitter
- Bild 35 Stromlinienverlauf für eine unendliche Reihe
ebener Wirbelschichten
- Bild 36 Zur Erzeugung von ungleichförmigen Geschwindig-
keitsverteilungen in Gittern
- Bild 37 Näherung zur Berechnung der Delleneffekte
- Bild 38 Abhängigkeit des Auftriebs eines Profils von der
Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung beim
Durchgang durch eine Trennschicht
- Bild 39 Profil NACA 64 A 010 in einem Strömungsfeld mit
einem Sprung im Gesamtdruck
- Bild 40 Das symmetrische Profil NACA 64 A 010 bei einem
Anstellwinkel von 0° in einer Strömung mit einem
Strahl
- Bild 41 Abhängigkeit der Delleneffekte von der Strahlbreite

- Bild 42 Einfluß des Profils auf die Strahlränder
- Bild 43 Einfluß des Geschwindigkeitsverhältnisses in der Anströmung auf die Delleneffekte
- Bild 44 Auftriebsverteilung für das Profil NACA 64 A 010 in der Mitte eines Strahls
- Bild 45 Das Profil NACA 64 A 010 bei einem Anstellwinkel von 10° in einem Strahl
- Bild 46 Auftriebsverteilung für das Profil NACA 64 A 010 beim Durchgang durch einen Strahl
- Bild 47 Druckverteilung auf der Kontur des Profils NACA 64 A 010 bei einem Anstellwinkel von 5° beim Durchgang durch den oberen Strahlrand
- Bild 48 Die Strömung in der Umgebung der Profilnase beim Durchgang des Profils durch den oberen und unteren Strahlrand
- Bild 49, Durchgang des Profils NACA 64 A 010 durch einen Strahl bei einem Anstellwinkel von 5°
50, 1. Profil oberhalb des Strahls
51 2. Profil im Strahl
3. Profil unterhalb des Strahls
- Bild 52 Vergleich von theoretischen Ergebnissen mit Messungen von P. Ruden [4]
- Bild 53 Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse für ein Profil in einer Scherschicht
- Bild 54 Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit Messungen

- Bild 55 Einfluß des Nachlaufs des Flügels auf das Nasenmoment einer Flügel- Höhenleitwerkskombination
- Bild 56 Vergleich Theorie - Messungen für den Dellen-
effekt des Flügelnachlaufs am Höhenleitwerk
- Bild 57 Zur Strömung eines Strahls auf eine ebene
Wand
- Bild 58 Zusammenströmen zweier Strahlen mit unter-
schiedlichem Gesamtdruck aber gleichem Impuls
- Bild 59 Ungleichförmige Anströmung einer Wand
- Bild 60 Ungleichförmige Anströmung einer ebenen Wand
durch einen Strahl
- Bild 61 Druckverteilung auf einer ungleichförmig ange-
strömten Wand bei verschiedenen Zuströmbedingungen
- Bild 62 Einfluß der Teilung t eines Schaufelgitters
auf die Druckverteilung der Schaufelkontur
- Bild 63 Vergleich von theoretischen Ergebnissen mit
Messungen von Ohashi [23]
- Bild 64 Stromlinienverlauf bei verschiedenen Positionen
des Profils in der Anströmung
- Bild 65 Kanalströmung mit ungleichförmiger Geschwindig-
keitsverteilung
- Bild 66 Druckverteilung auf der Kanalwand bei unterschied-
lichen Geschwindigkeitsverteilungen in der
Anströmung

- Bild 67 Verlauf der Trennstromlinien für verschiedene Geschwindigkeitsverteilungen im Kanal
- Bild 68 Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse für Diffusoren bei ungleichförmiger Anströmung
- Bild 69 Diskretisierung des Strömungsfeldes
- Bild 70 Zur Ermittlung der Induktionen zweier halb-unendlicher Wirbelschichten
- Bild 71 Zur numerischen Berechnung der Eigeninduktion der Wirbelbelegung auf den Trennstromlinien
- Bild 72 "cusp" Berechnung
- Bild 73 Flußdiagramm zur "cusp" Berechnung
- Bild 74 Diskretisierung der inhomogenen Anströmung eines Schaufelgitters
- Bild 75 Zur Berechnung der ungleichförmigen Anströmung einer Wand durch einen Strahl

Anhang A

Das Berechnungsverfahren für Profile in ungleichförmiger Anströmung

1. Diskretisierung der Strömung

In Kapitel 7 wurde ein Berechnungsverfahren für beliebige Körper in ungleichförmigen Anströmungen allgemein hergeleitet. Dieses Verfahren führt auf ein System nichtlinearer Integral- und Integrodifferentialgleichungen für die folgenden unbekannten Funktionen:

1. Die Wirbelbelegung γ_K auf der Profilkontur.
2. Die Wirbelbelegung der N-Trennstromlinien zwischen den einzelnen Potentialfeldern.
3. Den Verlauf dieser N-Trennstromlinien.

Das Berechnungsverfahren für diese unbekannten Funktionen wird am Beispiel der in Bild 69 gezeigten Strömung erläutert. Das Strömungsfeld setzt sich aus 4 Potentialfeldern mit unterschiedlichem Gesamtdruck zusammen. Es gibt also 3 Trennstromlinien und die Anzahl der zu berechnenden Funktionen ist dann 7. Das Gleichungssystem besteht aus 7 Integralgleichungen:

1. Eine Gleichung (46)
2. Drei Gleichungen (50)
3. Drei Gleichungen (62)

Die Gleichungen sind in dem in Bild 69 festgelegten Koordinatensystem formuliert. Bei der Berechnung wird nicht das gesamte Strömungsfeld betrachtet, sondern nur der Bereich zwischen x_1 und x_2 (siehe Bild 69).

Für hinreichend große x_1 und x_2 sind die Störungen der Strömung durch das Profil so weit abgeklungen, daß sie dort vernachlässigt werden können. Die Stromlinien werden als eben angesehen. Nach der in Kapitel 7.2.1 vorgestellten Überlegung wird dabei ein Fehler gemacht, der jedoch, wie die Berechnungen zeigen, bei großen x_1 und x_2 sehr klein ist.

Die Trennstromlinien setzen sich jetzt jeweils aus einzelnen Paaren von halbunendlichen Wirbelschichten und einer endlich langen Wirbelschicht zwischen den Stellen x_1 und x_2 zusammen. Der Verlauf und die Wirbelbelegung der halbunendlichen Wirbelschichten wird durch die Randbedingungen, wie sie in den Kapiteln 7.2.2 und 7.2.3 formuliert sind, vorgegeben. Die Wirbelschichten zwischen den Stellen x_1 und x_2 sind a priori nicht bekannt und müssen erst im Verlauf der Berechnungen bestimmt werden.

Die Ermittlung der Wirbelschichten in der Anströmung wird für eine vorgegebene Geschwindigkeitsverteilung in Kapitel 7 gezeigt.

Für die numerische Berechnung sind die Profilkontur und die Trennstromlinien nur punktweise gegeben. Die Verteilung dieser Aufpunkte wird so gewählt, daß eine hohe Rechengenauigkeit erreicht wird. So werden die Aufpunkte auf den Trennstromlinien in der Umgebung des Profils gehäuft. Die Verteilung auf der Profilkontur wird beschrieben durch:

$$x_i = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{M} i \right) \quad i = 1, \dots, M \quad (A1)$$

M Anzahl der Aufpunkte

Damit läßt sich eine Häufung der Aufpunkte in der Umgebung der Profilnase und an der Hinterkante erreichen.

2. Die kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur

Die kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur führt zu der Fredholmschen Integralgleichung (46). Diese Gleichung wird, einem Vorschlag von K. Jacob [70] folgend, in ein lineares Gleichungssystem umgewandelt. Dabei wird das auftretende Integral mittels der Rechteckformel durch eine Summe ersetzt. Die Diskretisierung führt zu dem folgenden Gleichungssystem:

$$\frac{1}{2} \omega_i - \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^M K_{ij} \omega_j = R_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (A2)$$

wobei ω_i die transformierte Zirkulationsverteilung ist:

$$\omega_i = \gamma_{Ki} \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad (A3)$$

Für die Kernfunktion gilt für $i \neq j$:

$$K_{ij} = \frac{\dot{x}_i (y_i - y_j) - \dot{y}_i (x_i - x_j)}{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (A4)$$

und für $i = j$:

$$K_{ii} = \frac{1}{2} \frac{\ddot{x}_i \dot{y}_i - \dot{x}_i \ddot{y}_i}{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2} \quad (A5)$$

Die rechte Seite setzt sich aus der Anströmung und den Induktionen der Wirbelbelegungen auf den Trennstromlinien zusammen.

$$R_i = \dot{x}_i [U_\infty + \sum_{j=1}^N u_{wij}] + \dot{y}_i [V_\infty + \sum_{j=1}^N v_{wij}] \quad (A6)$$

Die Induktionen der Wirbelschichten u_{wij} , v_{wij} bestehen aus zwei Anteilen, nämlich den Induktionen der Wirbelschichten im unendlichen und dem Anteil der Schicht zwischen den Stellen x_1 und x_2 .

Der Verlauf und die Wirbelbelegung der letzteren ist allerdings a priori nicht bekannt.

$$u_{wij} = u_{wij\infty} + u_{wije} ; \quad v_{wij} = v_{wij\infty} + v_{wije} \quad (A7)$$

Die Berechnung der Induktionen der halbumendlichen Wirbelschichten ist in Bild 70 schematisch gezeigt. Bekanntlich können die Induktionen zweier halbumendlicher Wirbelschichten aus den Induktionen einer unendlichen Wirbelschicht berechnet werden, indem von ihrer Induktion die induzierten Geschwindigkeiten einer endlichen Wirbelschicht der Länge $x_2 - x_1$ abgezogen werden.

Die Induktionen der halbumendlichen Wirbelschichten bestimmen sich zu:

$$u_{wij\infty} = \frac{\gamma_{j\infty}}{2} \operatorname{sign} (y_i - y_{wj\infty}) + \frac{\gamma_{j\infty}}{2\pi} \left[\arctan \frac{x_i - x_2}{y_i - y_{wj\infty}} - \arctan \frac{x_i - x_1}{y_i - y_{wj\infty}} \right] \quad (A8)$$

$$v_{wij\infty} = - \frac{\gamma_{j\infty}}{4\pi} \ln \frac{(x_i - x_2)^2 + (y_i - y_{wj\infty})^2}{(x_i - x_1)^2 + (y_i - y_{wj\infty})^2} \quad (A9)$$

Für den Anteil der endlichen Wirbelschicht zwischen x_1 und x_2 gilt:

$$u_{wije} = \frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{(y_i - y_{wj}(s_{wj})) \gamma_{wj}(s_{wj})}{(y_i - y_{wj}(s_{wj}))^2 + (x_i - x_{wj}(s_{wj}))^2} ds_{wj} \quad (A10)$$

$$v_{wije} = - \frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{(x_i - x_{wj}(s_{wj})) \gamma_{wj}(s_{wj})}{(y_i - y_{wj}(s_{wj}))^2 + (x_i - x_{wj}(s_{wj}))^2} ds_{wj} \quad (A11)$$

Dabei ist s_{wj} die Bogenlänge auf der Wirbelschicht j .
An der Stelle x_1 hat sie den Wert s_1 und an der Stelle x_2 den Wert s_2 .

Damit ist das lineare Gleichungssystem (A2) vollständig bestimmt. Wie K. Jacob [70] zeigt, ist dieses Gleichungssystem linear abhängig und damit nicht geschlossen lösbar. Erst durch die Einführung einer Zusatzbedingung, z.B. der Kuttaschen Abflußbedingung, ist eine eindeutige Lösung möglich. Bei der numerischen Berechnung wird eine der M Gleichung (A1) durch diese Zusatzbedingung ersetzt.

Das lineare Gleichungssystem hat die Form:

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{R} \quad (A12)$$

mit der Koeffizientenmatrix $\underline{A}$, dem Lösungsvektor $\underline{X}$ und der rechten Seite $\underline{R}$. Der Rang der Matrix ist M .

Dieses Gleichungssystem läßt sich numerisch sehr gut lösen, da in der Koeffizientenmatrix die Hauptdiagonale überwiegt. Dieses Verfahren liefert für dicke, runde Profile sehr gute Ergebnisse, versagt aber bei schlanken Profilen mit eckiger Hinterkante. Die Ursache dafür ist die Diskretisierung des Integrals in Gleichung (46) durch die Rechteckformel. Bei schlanken Profilen wird der Einfluß der Wirbel auf der gegenüberliegenden Konturseite im gerade betrachteten Aufpunkt überbewertet. Dieser Fehler läßt sich durch Ausnutzung einer Eigenschaft der Kernfunktion $K(\phi, \psi)$ in Gleichung (46) korrigieren.

Nach E. Martensen gilt:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} K(\phi, \psi) d\phi = 1 \quad (\text{A13})$$

Aus dieser Bedingung kann die Induktion der Wirbelbelegung auf der gegenüberliegenden Profilseite in einem Aufpunkt ermittelt werden.

Wird das Integral wieder nach der Rechteckformel durch eine Summe ersetzt, erhält man:

$$K_{i, M-i+2} = \frac{M}{2} - \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq M-i+2}}^M K_{ij} \quad (\text{A14})$$

Für Profile mit eckiger Hinterkante kann die Kuttasche Abflußbedingung nicht als Nebenbedingung herangezogen werden. K. Jacob [71] hat eine Zusatzbedingung hergeleitet, die ihr äquivalent ist. Er verlangt, daß die Staupunktstromlinie in Richtung der Skelettlinie von der Profilhinterkante abgeht. Der Winkel τ_H der Hinterkantentangente ist aus der Profilgeometrie bekannt.

Die Zusatzbedingung lautet:

$$\begin{aligned} -I_1 \omega_2 - I_3 \omega_M - \sum_{i=3}^{M-1} K_{i1} \omega_i \frac{2\pi}{M} &= 2\pi (\cos \tau_H (U_\infty + \sum_{j=1}^N u_{wij}) \\ &+ \sin \tau_H (V_\infty + \sum_{j=1}^N v_{wij})) \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

$$\text{Mit: } I_1 = \frac{\cos \delta_o \cdot 1,5^2 q_o^{-1}}{(2q_o - 1) ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^{1/2}} \frac{\pi}{M} \quad (\text{A16})$$

$$I_3 = \frac{\cos \delta_u \cdot 1,5^2 q_u^{-1}}{(2q_u - 1) ((x_M - x_1)^2 + (y_M - y_1)^2)^{1/2}} \frac{\pi}{M} \quad (A17)$$

$$K_1 = \frac{(x_1 - x_i) \sin \tau_H - (y_1 - y_i) \cos \tau_H}{(x_1 - x_i)^2 + (y_1 - y_i)^2} \quad (A18)$$

$$q_o = \frac{1}{2} + \frac{\delta_o}{\pi - \delta_o} \quad (A19)$$

$$q_u = \frac{1}{2} + \frac{\delta_u}{\pi - \delta_u} \quad (A20)$$

Die Winkel δ_o , δ_u und τ_H sind in einer Skizze in Bild 69 definiert.

Mit diesen Erweiterungen lassen sich auch schlanke Profile mit eckiger Hinterkante durch das vorgestellte Verfahren berechnen.

3. Die kinematische Strömungsbedingung auf den Trennstromlinien

Die kinematische Strömungsbedingung auf den Wirbelschichten lautet:

$$\frac{dy_{wi}}{dx} = \frac{v_{mi}}{u_{mi}} \quad i = 1, \dots, N \quad (A21)$$

wobei u_{mi} und v_{mi} die Komponenten des mittleren induzierten Geschwindigkeitsvektors sind.

$$u_{mi} = U_{\infty} + \sum_{j=1}^N u_{wj} + u_K \quad (A22)$$

$$v_{mi} = V_{\infty} + \sum_{j=1}^N v_{wj} + v_K \quad (A23)$$

Die Induktionen der Wirbelbelegung auf der Profilkontur u_K , v_K berechnen sich zu:

$$u_K = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{y_{wi}(s_i) - y(\phi)}{(x_{wi}(s_i) - x(\phi))^2 + (y_{wi}(s_i) - y(\phi))^2} \omega(\phi) d\phi \quad (A24)$$

$$v_K = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{x_{wi}(s_i) - x(\phi)}{(x_{wi}(s_i) - x(\phi))^2 + (y_{wi}(s_i) - y(\phi))^2} \omega(\phi) d\phi \quad (25)$$

Diese Integrale werden numerisch mittels der Simpsonschen Regel gelöst.

Die Induktionen der N-Wirbelschichten setzen sich aus den Anteilen der halbinendlichen Wirbelschichten und dem Anteil der Schichten zwischen den Stellen x_1 und x_2 zusammen:

$$\begin{aligned} u_{wj} &= u_{wj\infty} + u_{wj\epsilon} \\ v_{wj} &= v_{wj\infty} + v_{wj\epsilon} \end{aligned} \quad (A26)$$

mit

$$u_{wj\infty} = \frac{\gamma_{j\infty}}{2} \operatorname{sign}(y_{wi} - y_{wj\infty}) + \frac{\gamma_{j\infty}}{2\pi} \left[\arctan \frac{x_{wi} - x_2}{y_{wi} - y_{wj\infty}} - \arctan \frac{x_{wi} - x_1}{y_{wi} - y_{wj\infty}} \right] \quad (A27)$$

$$v_{wj\infty} = - \frac{\gamma_{j\infty}}{4\pi} \ln \frac{(x_{wi} - x_2)^2 + (y_{wi} - y_{wj\infty})^2}{(x_{wi} - x_1)^2 + (y_{wi} - y_{wj\infty})^2} \quad (A28)$$

und

$$u_{wje} = \frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{y_{wi} - y_{wj}(s_{wj})}{(y_{wi} - y_{wj}(s_{wj}))^2 + (x_{wi} - x_{wj}(s_{wj}))^2} \gamma_{wj}(s_{wj}) ds_{wj} \quad (A29)$$

$$v_{wje} = - \frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{x_{wi} - x_{wj}(s_{wj})}{(y_{wi} - y_{wj}(s_{wj}))^2 + (x_{wi} - x_{wj}(s_{wj}))^2} \gamma_{wj}(s_{wj}) ds_{wj} \quad (A30)$$

Für $i = j$ muß an den Stellen (x_{wi}, y_{wi}) , für die diese Induktionen berechnet werden, in den Gleichungen (A29) und (A30) der Cauchysche Hauptwert bestimmt werden. Da diese Integrale numerisch gelöst werden und die Funktionen $x_{wj}(s_{wj})$, $y_{wj}(s_{wj})$ und $\gamma_{wj}(s_{wj})$ nur punktweise bekannt sind, kann dieser Hauptwert nur näherungsweise numerisch ermittelt werden. In Bild 71 ist ein Teil einer Wirbelschicht mit 3 Aufpunkten skizziert. Berechnet werden soll der Cauchysche Hauptwert an der Stelle x_i . Dazu wird die Wirbelschicht

zwischen den Punkten x_{i-1} und x_{i+1} durch eine Gerade approximiert. Die kontinuierliche Zirkulationsverteilung wird durch einen Polygonzug in der dargestellten Weise angenähert. Für diese Anordnung kann die Eigeninduktion der Wirbelschicht an der Stelle (x_i, y_i^*) analytisch berechnet werden. Man erhält dann:

$$\begin{aligned} u_{\text{wei}} &= -v^* \sin \beta \\ v_{\text{wei}} &= v^* \cos \beta \end{aligned} \quad (\text{A31})$$

wobei:

$$v^* = \frac{\gamma_i}{4\pi} \ln \frac{l_2^2}{l_1^2} + \frac{\pi}{2} (\gamma_{i+1} - \gamma_{i-1}) \quad (\text{A32})$$

$$\begin{aligned} \text{und: } l_1 &= \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \\ l_2 &= \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} \end{aligned} \quad (\text{A33})$$

Der Fehler, der durch diese Approximation gemacht wird, ist sehr klein, da die Abstände der Aufpunkte klein sind und die Wirbelschichten sowie die Zirkulationsverteilung keine zu starken Krümmungen aufweisen.

4. Die Druckbedingung

Die Druckbedingung lautet nach Gleichung (62)

$$w_{mi} \cdot \gamma_{wi} = \gamma_{\infty i} \cdot w_{\infty i} ; \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{A34})$$

$$\text{wobei } w_{\infty i} = \frac{w_{\infty oi} + w_{\infty ui}}{2} ; \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{A35})$$

Die Ermittlung dieser Geschwindigkeiten auf der Ober- und Unterseite der einzelnen Wirbelschichten und deren Wirbelbelegung in der ungestörten Anströmung $\gamma_{\infty i}$ wurde bereits in den Kapiteln 7.2.2 - 7.2.3 beschrieben, weshalb an dieser Stelle nicht mehr weiter darauf eingegangen wird.

Die mittlere Geschwindigkeit w_{mi} berechnet sich aus

$$w_{mi} = \sqrt{u_{mi}^2 + v_{mi}^2} ; i = 1, \dots, N, \quad (A36)$$

u_{mi} und v_{mi} lassen sich aus den Gleichungen (A22) und (A33) berechnen.

5. Durchführung der Berechnungen

Das Gleichungssystem besteht aus dem linearen Gleichungssystem (A2), den N-Gleichungen (A21) und den N-Gleichungen (A34). Gleichung (A34) ist nichtlinear. Dieses komplizierte System kann durch ein Iterationsverfahren berechnet werden. Das Flußdiagramm des Berechnungsverfahrens ist in Bild 29 angegeben.

Zu Beginn der Berechnung werden Annahmen über die Trennstromlinien gemacht. So werden ihre Verläufe und Wirbelbelegungen geschätzt. Damit kann die rechte Seite von Gleichung (A2) berechnet werden.

Diese Gleichung hat dann die Form:

$$\frac{1}{2} \omega_i^L - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^M K_{ij} \omega_j^L = R_i^{L-1} \quad (A37)$$

L bezeichnet den aktuellen Iterationsschritt, $L-1$ den vorhergehenden.

Aus der kinematischen Strömungsbedingung (A21) und der Druckbedingung (A34) werden die Trennstromlinien berechnet. Diese Gleichungen haben die Form:

$$\frac{dy_{wi}}{dx}^L = \frac{v_{mi}^{L-1}}{u_{mi}^{L-1}} \quad (A38)$$

und $w_{mi}^{L-1} \cdot \gamma_{wi}^L = \gamma_{\infty i} w_{m\infty i} \quad (A39)$

Durch die Entwicklung in ein Iterationsverfahren wurde Gleichung (A34) linearisiert. Die beiden Gleichungen (A38) und (A39) sind jetzt Bestimmungsgleichungen für den Verlauf und die Wirbelbelegung der Trennstromlinien. Damit läßt sich eine Korrektur für die Trennstromlinien und aus Gleichung (A37) eine verbesserte Wirbelbelegung der Profilkontur erreichen. Diese Iterationsschleife wird solange durchlaufen, bis die Korrekturen der zu ermittelnden Funktionen eine vorgegebene Grenze unterschreiten. Durch eine gleichzeitige Kontrollrechnung ist sichergestellt, daß die Strömungsbedingungen auch erfüllt werden. Das Verfahren konvergiert sehr schnell. So sind in der Regel 6 - 9 Iterationsschritte hinreichend für einen Fehler, der kleiner als 1 % ist. Nur bei kleinen Abständen des Profils zur Trennstromlinie ist eine höhere Anzahl von Iterationen erforderlich.

Anhang B

1. Die Strömung in der Umgebung des Semistaupunktes auf der Profilkontur

Im Semistaupunkt auf der Profilkontur bildet die Wirbelschicht einen "cusp". Auf der Innenseite im Gebiet mit dem niedrigerem Gesamtdruck liegt ein Staupunkt, während auf der Oberseite wegen der Druckbedingung kein Staupunkt vorhanden sein darf. Die Trennstromlinie muß daher "glatt" auf die Profilkontur übergehen.

Das singuläre Verhalten der Strömung in einem "cusp" soll an der in Bild 72 gezeigten Anordnung untersucht werden. Durch eine Reihe konformer Abbildungen, wie sie z.B. von A. Betz [79] beschrieben werden, läßt sich jeder "cusp" auf einer Profilkontur auf den in Bild 72 gezeigten "cusp" abbilden. Die hier angestellten Untersuchungen haben damit allgemeine Bedeutung.

2. Berechnung eines "cusp"

2.1 Die Randbedingungen

Die Strömung in Bild 72 kann durch die ungleichmäßige Zuströmung gegen eine Wand erzeugt werden. Die Zuströmung weist zwei Gebiete mit unterschiedlichem Gesamtdruck auf. Die Trennstromlinie zwischen diesen beiden Gebieten bildet im Koordinatensprung einen "cusp".

Nach einem von J.H.B. Smith [80] bewiesenen Satz ist eine Betrachtung der unmittelbaren Umgebung des "cusp" hinreichend zur Beschreibung des singulären Verhaltens der Strömung an dieser Stelle.

Die Oberseite des "cusp" wird mit B, seine Unterseite mit D bezeichnet. Der Punkt C liegt auf der Trennschicht in großer Entfernung vom "cusp". Die ins Unendliche laufenden Äste der x-Achse werden mit A bzw. A' bezeichnet.

Auf der Trennschicht sind folgende Randbedingungen zu erfüllen:

1. Druckbedingung:

Gleichheit des statischen Drucks auf beiden Seiten der Trennschicht

$$w_I^2 - w_{II}^2 = w_{I\infty}^2 - w_{II\infty}^2 \quad (B2)$$

Durch Differentiation nach der Bogenlänge σ auf der Wirbelschicht erhält man

$$w_I \frac{dw_I}{d\sigma} - w_{II} \frac{dw_{II}}{d\sigma} = 0. \quad (B3)$$

2. kinematische Strömungsbedingung (B4)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}. \quad (B5)$$

Für den Verlauf der Trennschicht in der Umgebung des "cusp" wird für kleine x ein Potenzansatz gewählt:

$$y = a x^n. \quad (B6)$$

Der Exponent n wird im Verlauf dieser Untersuchungen bestimmt.

2.2 Abbildung des "cusp" auf eine Halbebene

J.H.B. Smith [80] untersucht die Ablösung einer Wirbelschicht von einem konischen Flügel.

Dabei erhält er den im Bild 72 gezeigten Verlauf der Wirbelschicht. Durch eine Reihe von konformen Abbildungen gelingt es ihm, die z_1 -Ebene in die obere Halbebene z_2 konform abzubilden. Es wird - bildlich gesprochen - die Trennschicht auseinandergeschnitten und auf die x-Achse in der z_2 -Ebene abgebildet. Die entsprechenden Punkte sind in der z_2 -Ebene mit denselben Buchstaben wie in der z_1 -Ebene bezeichnet.

Die Wirbelschicht wurde im Punkt C abgeschnitten, was nach dem zitierten Satz möglich ist, da die Betrachtung auf die Umgebung des "cusp" beschränkt bleibt.

Auf die Bestimmung der konformen Abbildungen soll hier nicht näher eingegangen werden. Sie ist in [80] ausführlich erläutert.

J.H.B. Smith zeigt, daß der Exponent n nur folgende Werte annehmen kann:

$$n = \frac{3}{2}$$

oder $n = \frac{5}{2} .$

Durch die Anwendung der Druckbedingung (B2) wird im folgenden untersucht, durch welchen der beiden Exponenten ein "cusp" beschrieben wird.

2.3 Durchführung der Berechnungen

Die Wand und die Trennschicht sind in der z_2 -Ebene auf die Achse Im $z_2 = 0$ abgebildet worden.

Auf dieser Achse liegen keine singulären Stellen. Sie ist eine Stromlinie. Die kinematische Strömungsbedingung lautet:

$$v_2 (y = 0) = 0.$$

Damit kann die Strömung an der Wand durch einen Potenzreihenansatz beschrieben werden.

Die Durchführung der Berechnung ist schematisch in dem Flußdiagramm Bild 73 gezeigt.

Ausgehend von Punkt D in der z_2 -Ebene wird die Geschwindigkeit in der Umgebung der Punkte B und D in der z_1 -Ebene ermittelt. Der Vergleich der Ergebnisse über die Druckbedingung gestattet eine Aussage über den Verlauf der Trennschicht im "cusp".

Die Ergebnisse für die Geschwindigkeiten auf den Trennschichten, bezogen auf die mittlere Anströmgeschwindigkeit, lauten:

1. $n = \frac{5}{2}$

$$w_{1B} = \sqrt{\lambda^2 - 1} (1 + O(\sigma^2)) \quad (B7)$$

$$w_{1D} = O\left(\exp\left(-\frac{1}{\sigma^{3/2}}\right)\right) \quad (B8)$$

2. $n = \frac{3}{2}$

$$w_{1B} = \sqrt{\lambda^2 - 1} (1 + a \cdot \sigma + O(\sigma^2)), \quad (B9)$$

wobei $a \neq 0$

$$w_{1D} = 0 \left(\exp \left(- \frac{1}{\sigma^{1/2}} \right) \right). \quad (B10)$$

Das Einsetzen der Ergebnisse zeigt, daß die Druckbedingung (B3) für den Exponenten $n = \frac{3}{2}$ nicht erfüllt wird.

Der Verlauf der Trennschicht in der Umgebung eines "cusp" wird also durch einen Ansatz der folgenden Form beschrieben:

$$y = a x^{\frac{5}{2}}. \quad (B11)$$

Anhang C

Berechnung von Gitterprofilen bei ungleichförmiger Anströmung

1. Das Berechnungsverfahren

Das in Anhang A bzw. in Kapitel 7 vorgestellte Berechnungsverfahren für Einzelprofile kann auch auf Profile im Gitterverband angewendet werden.

Die dabei zu beachtenden Unterschiede sind sehr gering:

1. Durch das Gitter wird die Strömung umgelenkt, wodurch sich Unterschiede in der Ermittlung der Zuströmung ergeben.
2. Bei der Berechnung der Induktionen muß berücksichtigt werden, daß ein einzelner Wirbel eine unendliche Reihe von Wirbeln repräsentiert, die jeweils einen Abstand t zueinander haben.

Im folgenden soll nur auf diese Unterschiede im Berechnungsverfahren für Einzelprofile eingegangen werden. Das Berechnungsverfahren selbst, die Diskretisierung und die Durchführung sind mit dem in Anhang A erläuterten identisch.

2. Ermittlung der Zuström- und Abströmbedingungen

Die Diskretisierung der inhomogenen Anströmung eines Schaufelgitters wird in Bild 74 gezeigt.

Die ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der ungestörten Zuströmung wird durch eine unendliche Reihe von jeweils zwei ebenen Wirbelschichten erzeugt, welche die gleiche konstante Zirkulationsverteilung, jedoch mit entgegengesetztem Drehsinn besitzen. Die Wirbelschichten verlaufen parallel

zur Anströmung. Die Geschwindigkeitsverteilung vor dem Profil resultiert aus der ungestörten Anströmung U_∞ , V_∞ , der Induktion des Gitters v_g und den Induktionen der Wirbelschichten. Für einen vorgegebenen Winkel der Anströmung des Gitters ist die Geschwindigkeit V_∞ a priori nicht bekannt. Sie hängt in der in Kapitel 7 gezeigten Weise von der Induktion v_g des Gitters an und wird im Verlauf der Berechnungen iterativ ermittelt.

Damit berechnen sich für die in Bild 74 eingezeichneten Geschwindigkeitsverteilung und für ein vorgegebenes Geschwindigkeitsverhältnis λ in der Zuströmung die Zirkulationsdichten auf den Wirbelschichten zu :

$$\frac{\gamma_1}{U_\infty} = \frac{\frac{1}{\cos \beta_\infty} (\lambda - 1)}{-\frac{b^*}{t} \cos \beta_\infty (1 - \lambda) + 1} \quad (C1)$$

und
$$\frac{\gamma_2}{U_\infty} = -\frac{\gamma_1}{U_\infty} \quad (C2)$$

b^* ist dabei die Projektion der Breite b auf die vertikale Achse.

Hinter dem Gitter sind die Verhältnisse ähnlich. Hier ist jedoch die Breite b und in den meisten Fällen der Abströmwinkel zu Beginn der Berechnungen ebenfalls unbekannt. Sie werden erst als Ergebnisse erhalten. Deshalb ist eine Ermittlung der Abströmung und damit auch der Strömung durch das Gitter nur iterativ möglich.

3. Änderungen im Gleichungssystem gegenüber dem Einzelprofil

3.1 Kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur

Die kinematische Strömungsbedingung auf der Profilkontur führt zu der Fredholmschen Integralgleichung der zweiten Art (46). Sie ist für das Gitter und das Einzelprofil formal identisch. Unterschiede sind bei der Kernfunktion $K(\phi, \psi)$ und der rechten Seite $R(\phi)$ zu beachten.

Für Gitterprofile hat die Kernfunktion die Form:

$$K(\phi, \psi) = \frac{2\pi}{t} \frac{\dot{y}(\phi) \sinh\left[\frac{2\pi}{t}(x(\phi) - x(\psi))\right] - \dot{x}(\phi) \sin\left[\frac{2\pi}{t}(y(\phi) - y(\psi))\right]}{\cosh\left[\frac{2\pi}{t}(x(\phi) - x(\psi))\right] - \cos\left[\frac{2\pi}{t}(y(\phi) - y(\psi))\right]} \quad (C3)$$

Diese Kernfunktion ist überall stetig. Durch zweimaliges Anwenden der l'Hospitalischen Regel erhält man für $\phi = \psi$:

$$K(\phi, \phi) = \frac{1}{2} \frac{\dot{x}(\phi) \dot{y}(\phi) - \dot{x}(\phi) \dot{y}(\phi)}{x^2(\phi) + y^2(\phi)} \quad (C4)$$

Weiter weist E. Martensen [69] die folgende Eigenschaft der Kernfunktion (A13) nach:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} K(\phi, \psi) d\phi = 1 \quad (C5)$$

Die Entwicklung der Integralgleichung (46) in ein lineares Gleichungssystem durch Diskretisierung des Integrals mittels der Rechteckformel, führt zur Gleichung (A2).

Die Kernfunktion $K(\phi, \psi)$ hat dann die Form:

$$K_{ij} = - \frac{2\pi}{t} \frac{\dot{y}_i \cdot \sinh\left[\frac{2\pi}{t}(x_i - x_j)\right] - \dot{x}_i \cdot \sin\left[\frac{2\pi}{t}(y_i - y_j)\right]}{\cosh\left[\frac{2\pi}{t}(x_i - x_j)\right] - \cos\left[\frac{2\pi}{t}(y_i - y_j)\right]} \quad (C6)$$

für $i = j$:

$$K_{ii} = \frac{1}{2} \frac{\ddot{x}_i \dot{y}_i - \dot{x}_i \ddot{y}_i}{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2} \quad (C7)$$

Die rechte Seite der Gleichung (A2) berechnet sich zu:

$$R_i = \dot{x}_i \left[U_\infty + \sum_{j=1}^N u_{wig} \right] + \dot{y}_i \left[V_\infty + \sum_{j=1}^N v_{wig} \right] \quad (C8)$$

Die Induktionen der Wirbelschichten setzen sich wie folgt zusammen:

1. Anteil der Wirbelschichten im Unendlichen
2. Anteil der Wirbelschichten in der Umgebung der Schaufeln

Der Anteil der Wirbelschichten im Unendlichen läßt sich nicht mehr durch die Induktion von einzelnen, halbusendlichen Wirbelschichten ermitteln.

Vielmehr müssen die Anteile der paarweise angeordneten Wirbelschichten berechnet werden.

Für die Wirbelschichten vor dem Profil erhält man:

$$u_v = \frac{\gamma_1}{2\pi} \left\{ \arctan \frac{\tan(\frac{\pi}{t} \cdot (y_v - y_{ov}))}{\tanh(\frac{\pi}{t}(x_v - x_{ov}))} - \frac{\pi}{t} (y_v - y_{ov}) + \pi K_o \right. \\ \left. - \arctan \frac{\tan(\frac{\pi}{t} (y_v - y_{uv}))}{\tanh(\frac{\pi}{t}(x_v - x_{uv}))} + \frac{\pi}{t} (y_v - y_{uv}) - \pi K_u \right\} \quad (C9)$$

$$v_v = \frac{\gamma_1}{4\pi} \ln \frac{\cosh(\frac{2\pi}{t}(x_v - x_{ov})) - \cos(\frac{2\pi}{t} \cdot (y_v - y_{ov}))}{\cosh(\frac{2\pi}{t}(x_v - x_{uv})) - \cos(\frac{2\pi}{t}(y_v - y_{uv}))} \quad (C10)$$

Der Index v bedeutet, daß die Geschwindigkeiten für das in Bild 74 mit v gekennzeichnete Koordinatensystem angegeben werden. x_v weist in Richtung, y_v normal zu der Anströmung. Die Umrechnung auf das Koordinatensystem x,y kann durch eine der bekannten Transformationsformeln erfolgen. Die Indices o und u bezeichnen die obere bzw. untere Wirbelschicht.

Hinter dem Gitter erhält man entsprechend im Koordinatensystem x_H, y_H :

$$u_H = \frac{\gamma_1}{2\pi} \left\{ \arctan \frac{\tan \frac{\pi}{t} (y_H - y_{oH})}{\tanh \frac{\pi}{t} (x_H - x_{oH})} - \frac{\pi}{t} (y_H - y_{oH}) + K_o \pi \right. \\ \left. + \arctan \frac{\tan \frac{\pi}{t} (y_H - y_{uH})}{\tanh \frac{\pi}{t} (x_H - x_{uH})} - \frac{\pi}{t} (y_H - y_{uH}) + K_u \pi \right\} \quad (C 11)$$

$$v_H = \frac{\gamma_1}{4\pi} \ln \frac{\cosh \left(\frac{2\pi}{t} (x_H - x_{uH}) \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{t} (y_H - y_{uH}) \right)}{\cosh \left(\frac{2\pi}{t} (x_H - x_{oH}) \right) - \cos \left(\frac{2\pi}{t} (y_H - y_{oH}) \right)} \quad (C 12)$$

Für den endlichen Anteil der Wirbelschichten werden die Induktionen wie im Anhang A durch Integration über die Induktionen der einzelnen Wirbel berechnet. Dabei ist zu berücksichtigen, daß diese Induktionen nicht mehr nach dem Biot-Savartschen Gesetz berechnet werden. Vielmehr induziert eine unendliche Reihe von Wirbeln mit dem Abstand t die in den Gleichungen (81,82) angegebenen Geschwindigkeiten. Daraus ergeben sich die Induktionen dieses Teiles der Wirbelschichten zu:

$$u_{wije} = \frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{\sin \left[\frac{2\pi}{t} (y_i - y_{wj}(s_{wj})) \right] \cdot \gamma_{wj}(s_{wj}) ds_{wj}}{\cosh \left[\frac{2\pi}{t} (x_i - x_{wj}(s_{wj})) \right] - \cos \left[\frac{2\pi}{t} (y_i - y_{wj}(s_{wj})) \right]} \quad (C 13)$$

$$v_{wijs} = -\frac{1}{2\pi} \int_{s_1}^{s_2} \frac{\sinh \left[\frac{2\pi}{t} (x_i - x_{wj}(s_{wj})) \right] \cdot \gamma_{wj}(s_{wj}) d s_{wj}}{\cosh \left[\frac{2\pi}{t} (x_i - x_{wj}(s_{wj})) \right] - \cos \left[\frac{2\pi}{t} (y_i - y_{wj}(s_{wj})) \right]} \quad (C14)$$

Als letzte Größe in Gleichung (C8) sind nur noch U_∞ und V_∞ zu ermitteln. In der Regel wird U_∞ vorgegeben. Die Bestimmung von V_∞ ist in Kapitel 7 erläutert.

Die Erweiterung des Berechnungsverfahrens auf Einzelprofile mit eckiger Hinterkante, wie sie im Anhang A in Gleichung (A15) beschrieben wird, läßt sich auch auf Schaufelgitter übertragen, wenn statt der in Gleichung (A17) definierten Kernfunktion K_i die folgende Funktion eingesetzt wird.

$$K_i = \frac{\pi}{t} \frac{\sinh \frac{2\pi}{t} [x(o) - x(\psi)] \sin \tau_H - \sin \frac{2\pi}{t} [y(o) - y(\psi)] \cos \tau_H}{\cosh \frac{2\pi}{t} [x(o) - x(\psi)] - \cos \frac{2\pi}{t} [y(o) - y(\psi)]} \quad (C15)$$

3.2 Die Strömungsbedingungen auf den Trennstromlinien

Die Strömungsbedingungen auf den Trennstromlinien sind in Anhang A für das Einzelprofil in den Gleichungen (A21) - Kinematische Strömungsbedingung und (A34) - Druckbedingung - formuliert.

Sie gelten in gleicher Form für Gitterprofile.

Bei der Bestimmung der Induktionen ist zu berücksichtigen, daß sie aus den Gleichungen (81,82) für unendliche Wirbelreihen berechnet werden.

Bei der Ermittlung des Cauchyschen Hauptwertes (A32) berechnet sich dann die Geschwindigkeit v^* wie folgt:

$$v^* = \frac{\gamma_i}{4\pi} \ln \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{t} l_2\right) - 1}{\cosh\left(\frac{2\pi}{t} l_1\right) - 1} \quad (C16)$$

3.3 Durchführung der Berechnungen

Das aus unter 3.1 - 3.3 und dem Anhang A formulierte Gleichungssystem wird in der unter 5 in Anhang A beschriebenen Form gelöst, wobei die An- und Abströmbedingungen mit der jeweils erhaltenen induzierten Geschwindigkeit v_g der Wirbelbelegung des Gitters korrigiert werden. Als Ergebnis erhält man die Wirbelbelegung auf den Schaufeln und den Verlauf und die Wirbelbelegung der Trennstromlinie, letztere nicht nur in der Umgebung der Stufe, sondern auch unendlich weit vor und hinter dem Gitter.

Anhang D

Berechnung eines Höhenleitwerks im Nachlauf eines Flügels

1. Die zu bestimmenden Größen

Nach Siegler [17] berechnet sich der Beitrag des Höhenleitwerks zum Gesamtnickmoment in stationärer Strömung durch:

$$c_{MH} = \frac{S_H \cdot r}{S \cdot l_\mu} \cdot K(\alpha) \cdot [-c_{AH}(\alpha_H) \cdot \cos(\delta - \alpha + \alpha_w - \Delta\alpha_H) + c_{WH}(\alpha_H) \cdot \sin(\delta - \alpha + \alpha_H)] \quad (D1)$$

Dabei beschreiben die folgenden Größen die Geometrie der Flügel-Höhenleitwerksanordnung:

- S_H : Fläche des Höhenleitwerks
- S : Bezugsflügelfläche
- r : Abstand Schwerpunkt - Neutralpunkt des Höhenleitwerks
- l_μ : Bezugsflügeltiefe
- δ : Winkel zwischen der Flugzeuglängsachse und der Verbindung Schwerpunkt - Höhenleitwerksneutralpunkt
- α : Anstellwinkel

Zu bestimmen sind:

$$1. K = \frac{q_M}{q_\infty}$$

Das mittlere Staudruckverhältnis am Höhenleitwerks.

2. α_H

Der Anstellwinkel des Höhenleitwerks relativ zur durch den Flügel gestörten Anströmung.

3. α_W

Der mittlere Abwindwinkel am Höhenleitwerk.

4. $c_{AH}(\alpha_H)$

Der Auftriebsbeiwert des Höhenleitwerks in Abhängigkeit von α_H

5. $c_{WH}(\alpha_H)$

Der Widerstandsbeiwert des Höhenleitwerks, ebenfalls in Abhängigkeit von α_H .

Die Ermittlung der unter 1 - 3 genannten Größen erfordert die Bestimmung des Flügelnachlaufs und seiner Lage relativ zum Höhenleitwerk.

Für bekannte Anstellwinkel α_H läßt sich der Widerstandsbeiwert c_{WH} aus Messungen oder Tabellen entnehmen.

Zur Ermittlung des Auftriebs c_{AH} ist eine Berechnung des Höhenleitwerks in der durch den Flügel gestörten Strömung erforderlich.

Dieses Problem kann jedoch mit dem in Kapitel 7 bzw. Anhang A beschriebenen, nichtlinearen Berechnungsverfahren gelöst werden.

2. Ermittlung der Nachlaufströmung des Flügels

Wie aus der Tragflügeltheorie bekannt ist [74], löst an der Hinterkante eines Flügels eine Wirbelschicht ab. An ihren Seiten rollt sie sich auf, wodurch ein Abwind induziert wird, welcher die Nachlaufströmung entscheidend beeinflusst.

Dieser Abwind läßt sich aus der Wirbelverteilung auf dem Flügel in Spannweitenrichtung berechnen, welche z.B. durch die erweiterte Traglinientheorie ermittelt werden kann.

Ein Verfahren zur Berechnung des Abwinds hinter dem Flügel wird von K. Gersten [81] angegeben. Damit läßt sich der Abwind auch von Flügeln mit kleiner Streckung Λ im gesamten Strömungsfeld hinter dem Flügel ermitteln.

Für größere Abstände hinter dem Flügel, ungefähr zwei Profiltiefen, werden in [81] die folgenden Näherungen für den Abwind angegeben:

$$\alpha_w = \left(1 + \frac{\xi}{|\xi|}\right) \cdot \sum_{n=1}^m a_n \gamma_n + \frac{c_A}{4\pi\Lambda} \frac{\xi}{|\xi|^3} \quad (D2)$$

Die dimensionslose Koordinate $\xi = \frac{x}{l}$ zählt dabei von der Profilhase. Die Koeffizienten a_n sind in [81] vertafelt. γ_n ist die Zirkulationsverteilung auf den Flügel in Spannweitenrichtung. Diese Gleichung beschreibt den Abwind direkt in der Wirbelschicht. In ihrer Umgebung gilt nach [81]:

$$\left(\frac{\partial \alpha_w}{\partial \xi}\right) = \left(1 + \frac{\xi - \bar{\xi}}{|\xi - \bar{\xi}|}\right) \sum_{n=1}^m \left(\frac{\partial a_n}{\partial \xi}\right) \gamma_n, \quad (D3)$$

Die dimensionslose Koordinate ζ ist normal zur Wirbelschicht gerichtet. Auch hier sind die Koeffizienten $\frac{\partial a_n}{\partial \zeta}$

in [81] vertafelt.

Die Absenkung der Wirbelschicht läßt sich nach einem Verfahren von Truckenbrodt [82] ermitteln. Die exakte Berechnung ist in vielen Fällen nicht erforderlich. Der Verlauf der Wirbelschicht kann dann in erster Näherung durch einen linearen Ansatz beschrieben werden:

$$\zeta_1(\xi) = (\alpha + \alpha_w(\xi)) \cdot (\xi - \xi_{HK}). \quad (D4)$$

Das Höhenleitwerk eines Flugzeuges ist in den meisten Fällen in einem so großen Abstand zum Flügel angeordnet, daß der Abwind und damit auch der Stromlinienverlauf hinter dem Flügel aus den Gleichungen (D2-D4) ermittelt werden können.

Für die Geschwindigkeitsverteilung hinter dem Flügel haben Silverstein und Katzoff [14,15] empirische Formeln entwickelt. Sie stützen sich auf eine Vielzahl von Meßergebnissen an Flügeln unterschiedlicher Streckung, Pfeilung und bei verschiedenen Anstellwinkeln. Dadurch ist zu erwarten, daß diese Gleichungen eine gute Näherung für die tatsächliche vorliegende Geschwindigkeitsverteilung liefern.

Danach tritt der größte Verlust im Gesamtdruck in der Mitte der Nachlaufdelle auf:

$$\frac{q_m}{q_\infty} = \frac{2,42 \cdot c_w^{0,5}}{\frac{x}{l} + 0,3} \quad (D5)$$

Die Verteilung des Gesamtdrucks im Nachlauf wird beschrieben durch:

$$\frac{q}{q_m} = \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{y}{b} \right), \quad (D6)$$

wobei b die halbe Breite der Nachlaufdelle ist:

$$\frac{b}{l} = 0,68 \cdot c_w^{0,5} \cdot \left(\frac{x}{l} + 0,15\right)^{0,15} \quad (D7)$$

Es wird angenommen, daß sich die Mitte der Nachlaufdele auf einer Linie ausbreitet, welche in der Mitte des Flügels beginnt und parallel zu der Wirbelschicht an der Hinterkante verläuft. x weist in Richtung dieser Linie und y normal dazu. Der Koordinatensprung liegt an der Hinterkante.

Die Anströmung des Höhenleitwerks resultiert also sowohl aus der Nachlaufströmung als auch aus dem Abwind des Flügels.

3. Ermittlung des Auftriebs des Höhenleitwerks

Aus den unter 2. aufgeführten Angaben kann die Anströmung des Höhenleitwerks ermittelt werden. Damit läßt sich auch das vorliegende nichtlineare Berechnungsverfahren auf diese Strömung anwenden, wobei allerdings beachtet werden muß, daß dieses Verfahren nur auf zweidimensionale Strömungen anwendbar ist. Dies bedeutet jedoch keine Einschränkung für eine Anwendung auf das vorliegende Beispiel.

Die ermittelten Anströmungen werden als zweidimensional angesehen. Durch Anwendung der klassischen Tragflügeltheorie [81] lassen sich diese Ergebnisse dann auf dreidimensionale Strömungen umrechnen.

Anhang E

Berechnung eines senkrecht auf eine Wand treffenden Strahls mit einer ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilung

1. Die Randbedingungen

Das im Anhang A beschriebene nichtlineare Berechnungsverfahren läßt sich auch auf Freistrahlen anwenden, die senkrecht auf eine Wand treffen. Bild 67.

Die Geschwindigkeit am Rand eines Freistrahls ist bei reibungsfreier Strömung konstant. Daher ist es nicht mehr nötig, die Wirbelbelegungen der Strahlränder zu berechnen, da sie gleichfalls konstant sind. Es müssen nur noch die Verläufe der Strahlränder, die Trennstromlinie mit ihrer Wirbelbelegung und die Wirbelbelegung der Wand berechnet werden.

Das Strömungsfeld ist in Bild 75 dargestellt. Die Störungen in der Strömung klingen mit zunehmenden Abstand von der Auftreffstelle des Strahls auf die Wand ab, so daß nur der eingezeichnete Bereich des Strömungsfeldes berechnet werden muß.

Der anströmende Strahl setzt sich aus zwei Paaren paralleler Wirbelschichten mit jeweils betragsmäßig gleich großer Zirkulation aber unterschiedlichem Drehsinn zusammen. Zur Erzeugung des Strahls ist in diesem Fall eine Parallelströmung nicht erforderlich. Die Zirkulationsverteilungen auf den Rändern sind :

$$\gamma_{1\infty} = U_I \quad (E1)$$

$$\gamma_{2\infty} = U_{II} \quad (E2)$$

Die Verteilung der Potentialfelder auf die beiden, entlang der Wand strömenden, Teilstrahlen wird durch den Impulssatz beschrieben (Bild 75). Bei gleichen Impulsen der Strahlteile in der Zuströmung trifft die Trennstromlinie an der Stelle A auf die Wand und bildet dort einen Semistaupunkt.

Ziel der Beispielsrechnung war es, Aussagen über die Strömung gerade in der Umgebung dieses Semistaupunktes zu erhalten. Dabei war es hinreichend, sich auf kleine Impulsunterschiede der beiden zuströmenden Strahlteile zu beschränken. Dadurch konnte der Umfang der numerischen Berechnungen erheblich reduziert werden, da sich die Strahlränder unter diesen Bedingungen nur wenig von denjenigen bei gleichförmiger Zuströmung und entsprechender Breite unterscheiden. Die Strahlränder wurden nach der in [75] beschriebenen Hodographenmethode für einen homogenen Strahl mit der doppelten Breite des betreffenden Teilstrahls ermittelt. Zu berechnen sind jetzt nur noch der Verlauf und die Wirbelbelegung der Trennstromlinie und die Wirbelbelegung der Wand.

2. Das Berechnungsverfahren

Das Berechnungsverfahren wurde bereits im Anhang A beschrieben. Die kinematische Strömungsbedingung (A2) auf der Wand reduziert sich zu einer Bestimmungsgleichung für die Wirbelbelegung ω_i auf der Wand, da die Kernfunktion K_{ij} (Gleichung A4) identisch zu Null wird:

$$\omega_i = 2 R_i \quad (E3)$$

R_i setzt sich aus den Induktionen der Strahlränder und der Wirbelbelegung der Trennstromlinie zusammen:

$$R_i = \dot{Y}_i (v_{Ro} + v_{Ru} + v_w) \quad (E4)$$

Diese Induktionen lassen sich aus dem Biot-Savartschen Gesetz berechnen. Bei der Ermittlung des unendlichen Anteils der Wirbelbelegungen müssen die Induktionen eines Paares paralleler, halibunendlicher Wirbelschichten mit betragsmäßig gleich großer Zirkulation aber entgegengesetztem Drehsinn ermittelt werden.

So erhält man für das Wirbelpaar mit dem Abstand b_1 und der Zirkulation γ_1 (Bild 75) :

$$u_{I1} = \frac{\gamma_1}{2\pi} \arctan \frac{b_1 (x - x_A)}{y (y - b_1) + (x - x_A)^2} \quad (E6)$$

$$v_{I1} = \frac{\gamma_1}{4\pi} \ln \frac{(x - x_A)^2 + y^2}{(x - x_A)^2 + (y - b_1)^2} \quad (E6)$$

Analog lassen sich auch die Induktionen der anderen im Strömungsfeld liegenden halibunendlichen Wirbelschichtpaare ermitteln.

Der weitere Gang des Berechnungsverfahrens ist mit dem im Anhang A beschriebenen identisch. Deshalb wird hier nicht weiter darauf eingegangen.

Anhang F

Berechnung von Kanalströmungen mit ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung

Die Diskretisierung einer Kanalstrecke mit ungleichförmiger Geschwindigkeitsverteilung ist in Bild 65 dargestellt. Die kontinuierliche Geschwindigkeitsverteilung ist durch eine stufenförmige Verteilung ersetzt worden. Die Trennstromlinien zwischen den Potentialfeldern und die Kanalwände werden durch Wirbelverteilungen ersetzt. Sehr weit vor und hinter der Querschnittsveränderung des Kanals werden die Störungen so weit abgeklungen sein, daß sie vernachlässigt werden können. Das Strömungsfeld wird daher nur zwischen (A) und (B) berechnet.

Die ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung wird durch halbunendliche Wirbelschichtpaare erzeugt. Die einzelnen Wirbelschichten haben jeweils betragsmäßig gleichgroße Zirkulationsdichten aber mit entgegengesetztem Drehsinn. Zwischen den einzelnen Wirbelschichtpaaren ist die Geschwindigkeit gerade gleich der Zirkulationsdichte, während sie außerhalb verschwindet. Durch Aneinandereihe verschiedener solcher Paare lassen sich beliebige Geschwindigkeitsverteilungen in der Anströmung erzeugen. Die Induktionen dieser Wirbelschichtpaare berechnen sich analog zu dem Beispiel aus Anhang E.

Die Verteilung der Potentialfelder sehr weit hinter der Querschnittsänderung des Kanals kann nach A. Betz [83] aus einer Energie- und Kontinuitätsbilanz in dem Kanal ermittelt werden:

1. Kontinuitätsbilanz für alle N Potentialfelder:

$$w_{1i} H_{1i} = w_{2i} H_{2i} \quad , i = 1, \dots, N \quad (F1)$$

2. Energiebilanz für alle N Potentialfelder:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} w_{1i}^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} w_{2i}^2 \quad , i = 1, \dots, N \quad (F2)$$

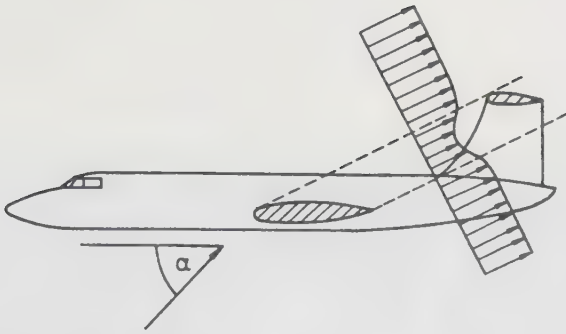
Ferner gilt für die Kanalhöhe:

$$H_2 = \sum_{i=1}^N H_{2i} \quad (F3)$$

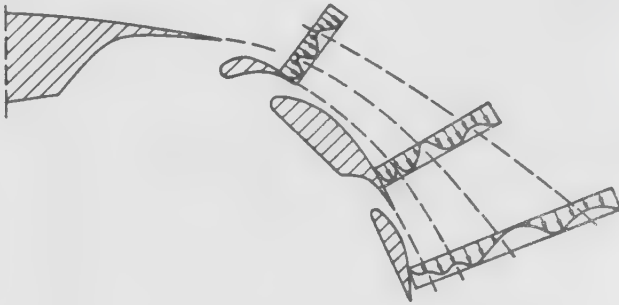
Die 2N+1 Gleichungen (F1) - (F2) stellen ein nicht-lineares Gleichungssystem für die Geschwindigkeiten w_{2i} , die Breite der einzelnen Potentialfelder H_{2i} und den statischen Druck an der Stelle 2 dar. Damit sind auch die Randbedingungen am Ende des Kanals bekannt. Für diese Randbedingungen kann die Kanalströmung mit dem im Anhang A beschriebenen Verfahren berechnet werden.

Stromlinien bzw. Anstromgrenzlinien Profile	stark ausgelenkt	schwach ausgelenkt	nicht ausgelenkt	keine Grenzstromlinie
Kontinuierlich  Lösung der Euler-Gleichung	Krause et al. [46] V. Vooren, Laburjère [47]	Weissinger [48, 49, 50] J.L. Steiner, H. Lomax [51] Parabel: E.E. Jones [52]	Zierep [53]	
Exponentiell $\psi(x,y) = ae^{Cy} + be^{-Cy}$ 	Weissinger [39] Tsel'nik [54]			
Abschnittsweise linear  Lösung der Poisson-Gleichung	Brady, Ludwig [6] Ludwig, Erickson [7]	Weissinger [48, 49]		G.I. Taylor [55] Chen [56] Sockel [57] Teien [58] Sowyrda [59] Obala [60] Coombes [61] D.G. James [62] Kuo [63]
Abschnittsweise konstant  Lösung der Laplace-Gleichung	Glück diese Arbeit Platte ohne Durchgang: Shollenberger [64]	P. Ruden [36, 37] M.B. Glauert [65] I. Nishiyama et al. [66] L. Tinn, C.H. Lühl [67]	Glück Näherung A - 1 diese Arbeit	Sonderfall homogener Anströmung

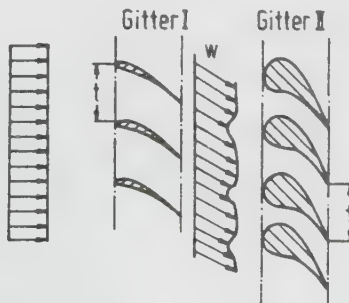
Tabelle 1 Literaturübersicht der Arbeiten zur Berechnung von Tragflügelprofilen in Schersströmungen



1. Flugzeug im „super stall“

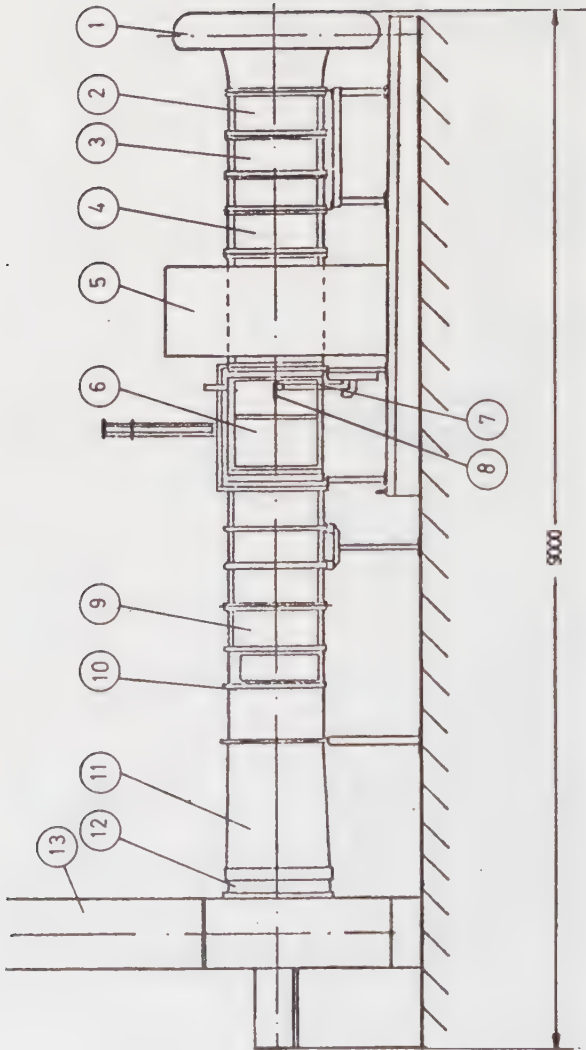


2. Mehrfachspaltklappe



3. Tandemgitter

Bild 1: Ungleichförmige Anströmung von Profilen



Daten des Windkanals:

Querschnitt der Meßstrecke

Luftgeschwindigkeit in der Meßstrecke

Antriebsleistung

0,6m x 0,8m

bis 25 m/s

32 kW

Bild 2 Der 0,6x0,8m Windkanal englischer Bauart des Instituts für Thermodynamik und Fluidmechanik



Bild 3 Der 0,6 x 0,8 m Windkanal englischer Bauart
des Instituts für Thermo- und Fluidodynamik

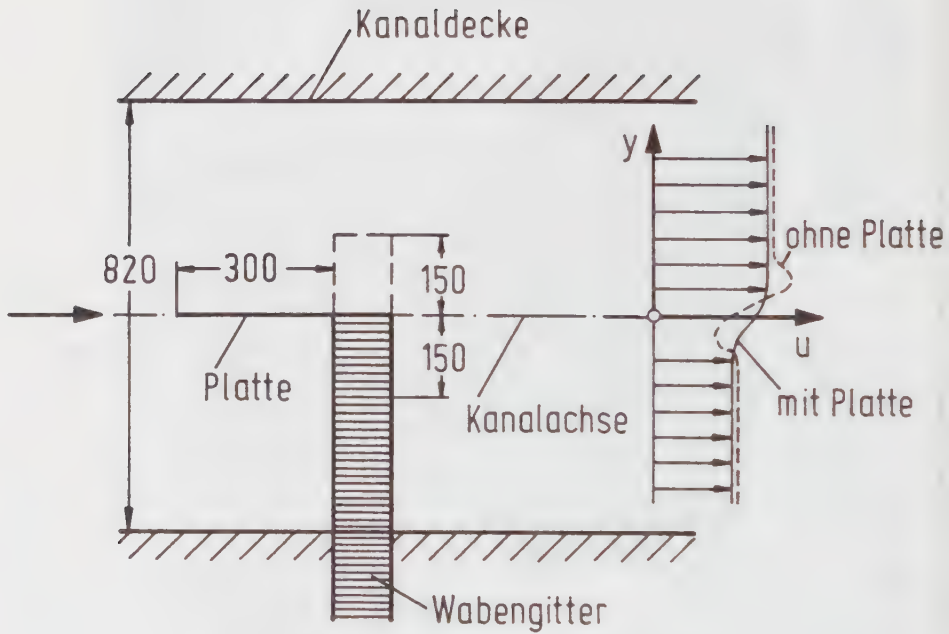


Bild 4: Anordnung zur Erzeugung inhomogener Geschwindigkeitsverteilungen

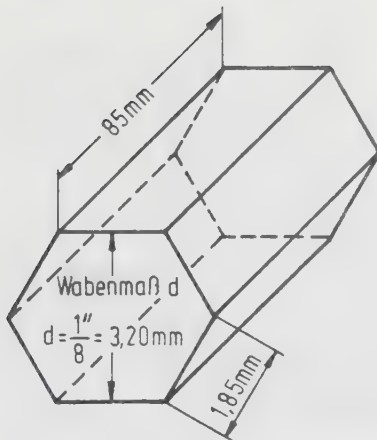
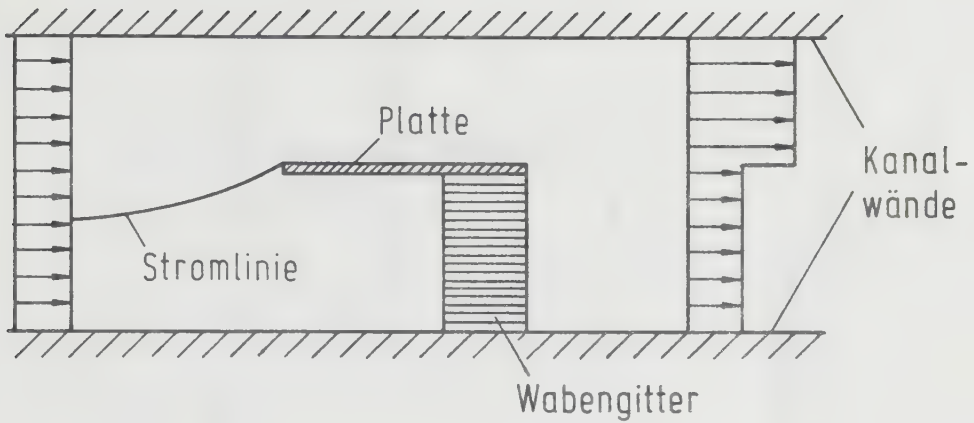


Bild 5: Zur Erzeugung ungleichförmiger Geschwindigkeitsverteilungen.

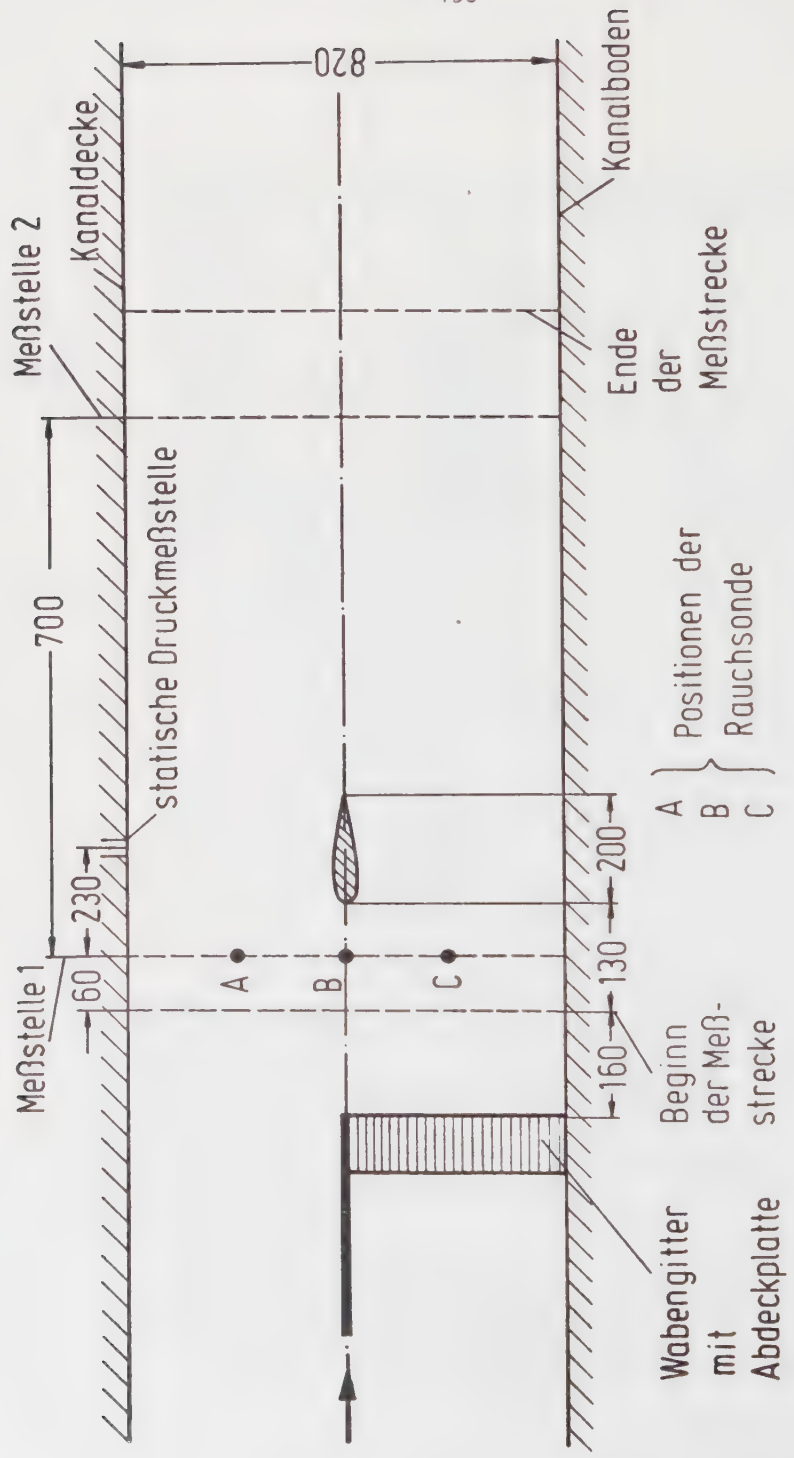


Bild 6 Meßanordnung

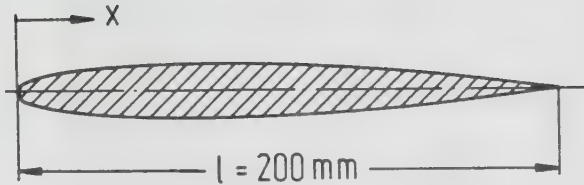


Bild 7: Profil NACA 64 A010

Koordinaten der Druckmeßbohrungen:
Oberseite

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x/l	0,0	0,02	0,06	0,09	0,11	0,16	0,22	0,27	0,32	0,39
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x/l	0,47	0,55	0,63	0,71	0,76	0,81	0,86	0,89	0,91	0,94

Unterseite

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x/l	0,03	0,05	0,08	0,10	0,16	0,21	0,26	0,31	0,39	0,47
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x/l	0,55	0,63	0,70	0,75	0,81	0,86	0,87	0,88	0,92	0,95

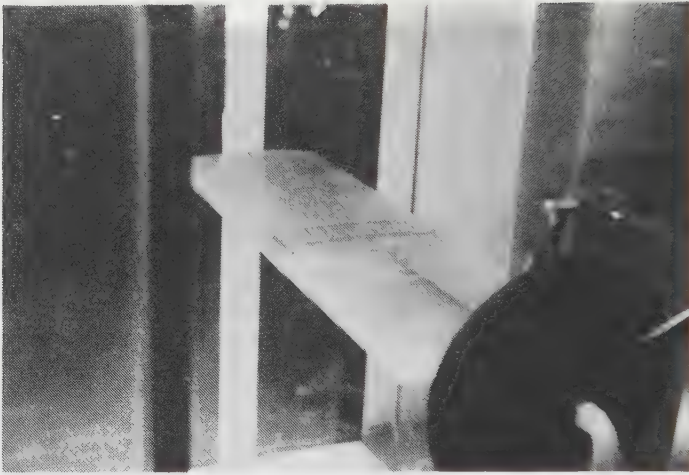


Bild 8 Das Profilmodell

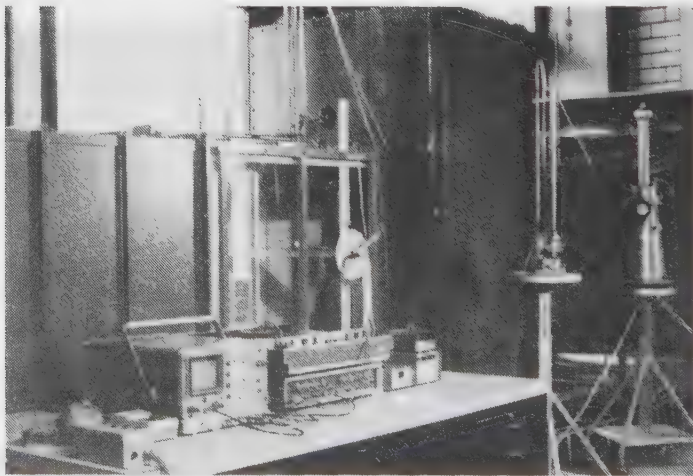


Bild 9 Ansicht der Meßstrecke und der Meßgeräte

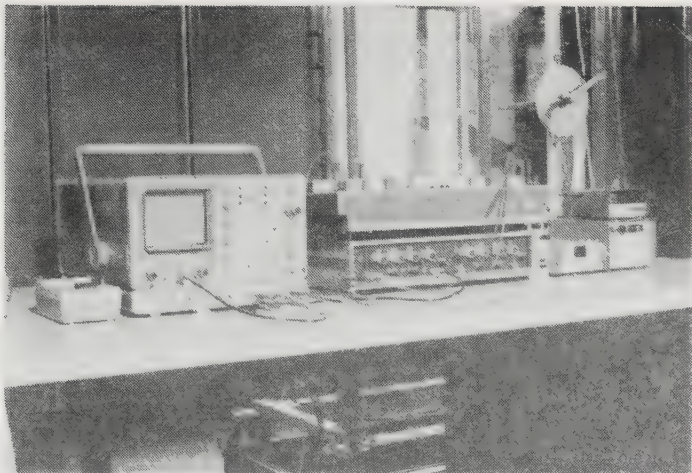


Bild 10 Die Meßapparatur

Links: Oszilloskop

Mitte: x-y Schreiber zur Aufnahme des Druck-
signals, elektronisches Filter zur Un-
terdrückung des Rauschens

Rechts: Meßstellenumschalter, Scanivalve

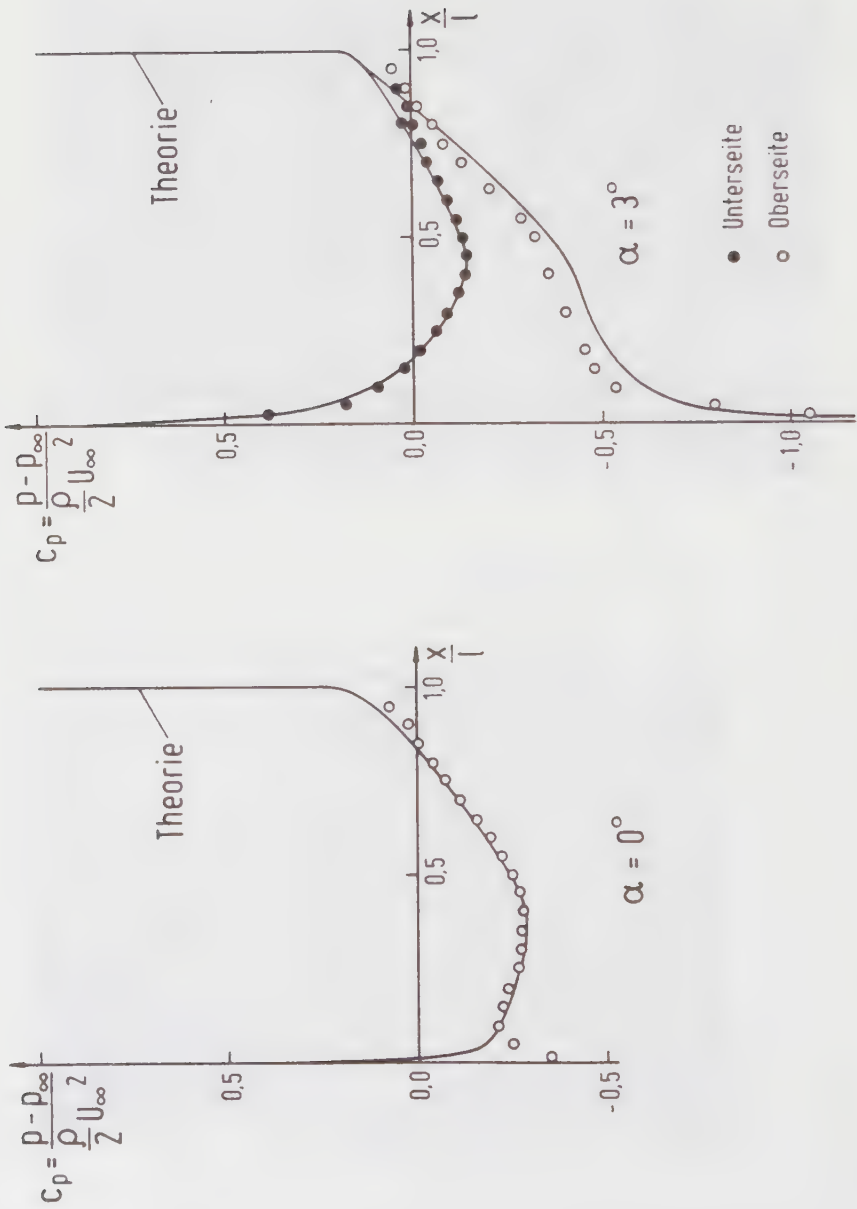


Bild 11: Druckverteilung auf dem Profil NACA 64A010 bei homogener Anströmung

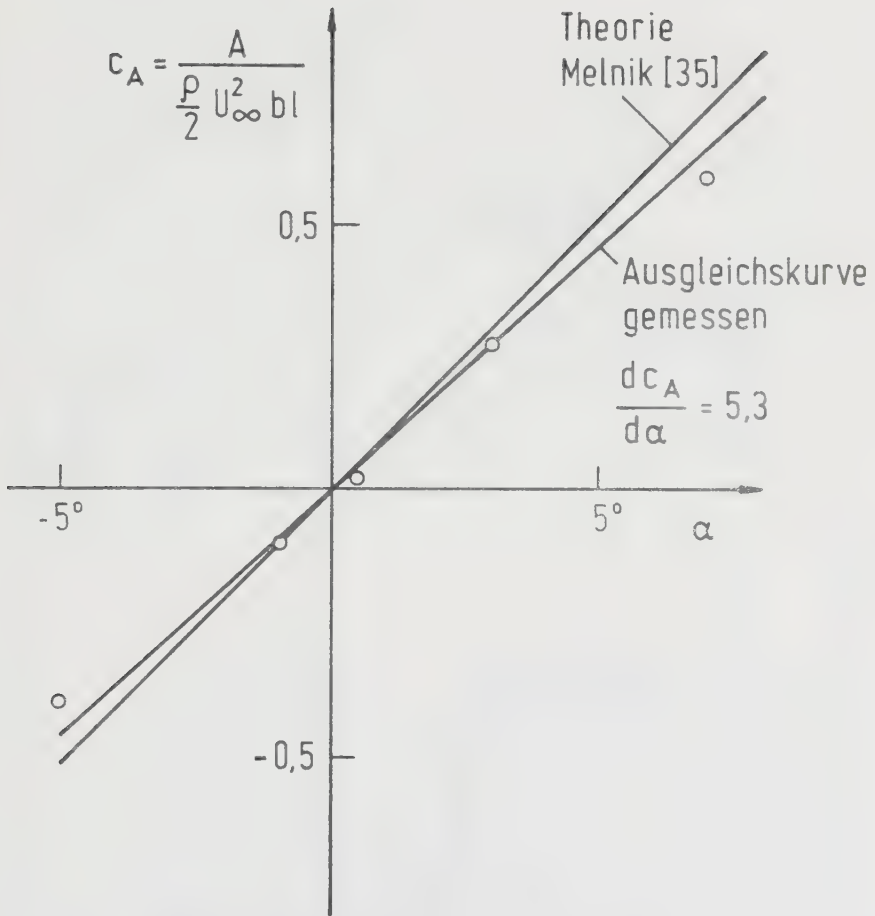


Bild 12: Der Auftriebsbeiwert c_A in Abhängigkeit des Anstellwinkels α bei homogener Anströmung $Re = 300\,000$

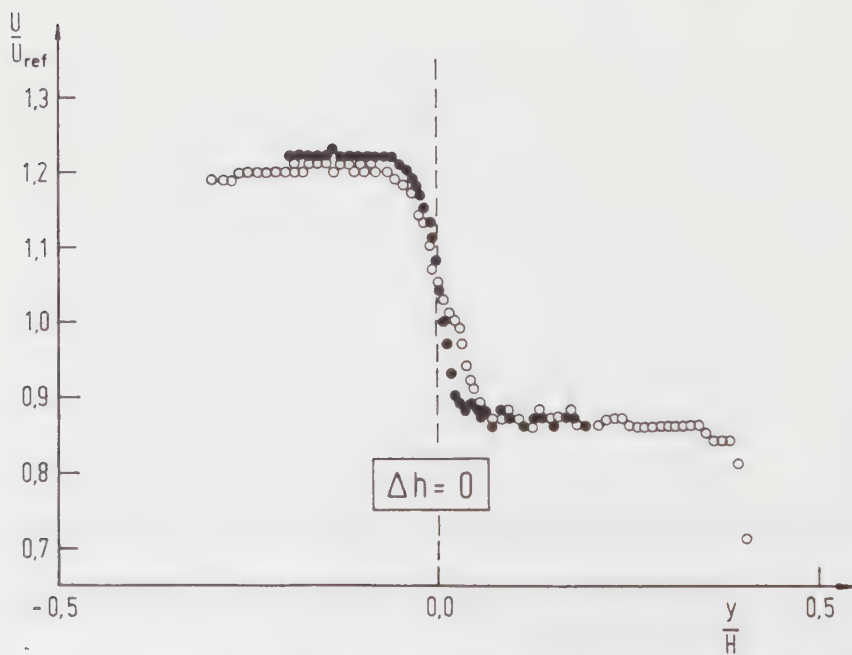
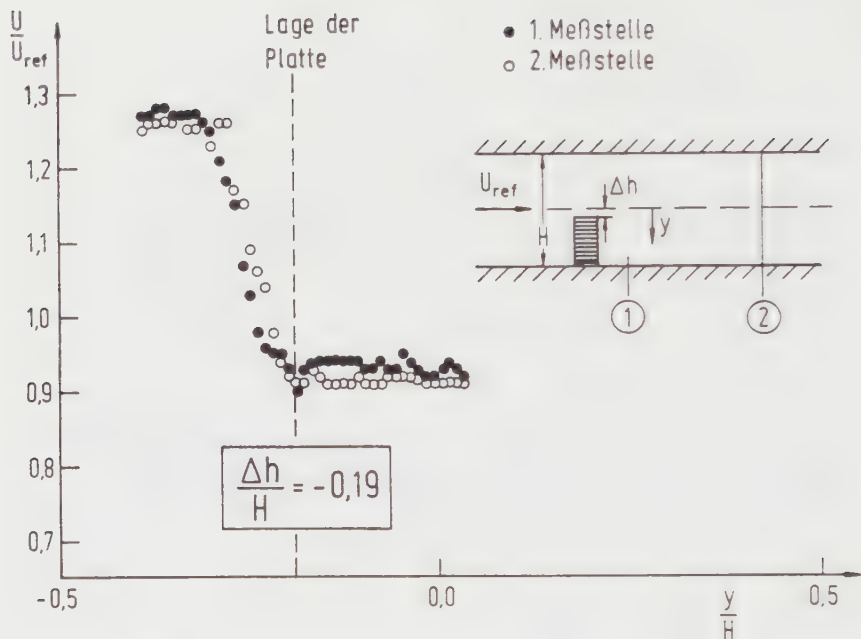


Bild 13: Geschwindigkeitsverteilung im Nachlauf des Waben-
gitters bei verschiedenen Gitterhöhen im Kanal

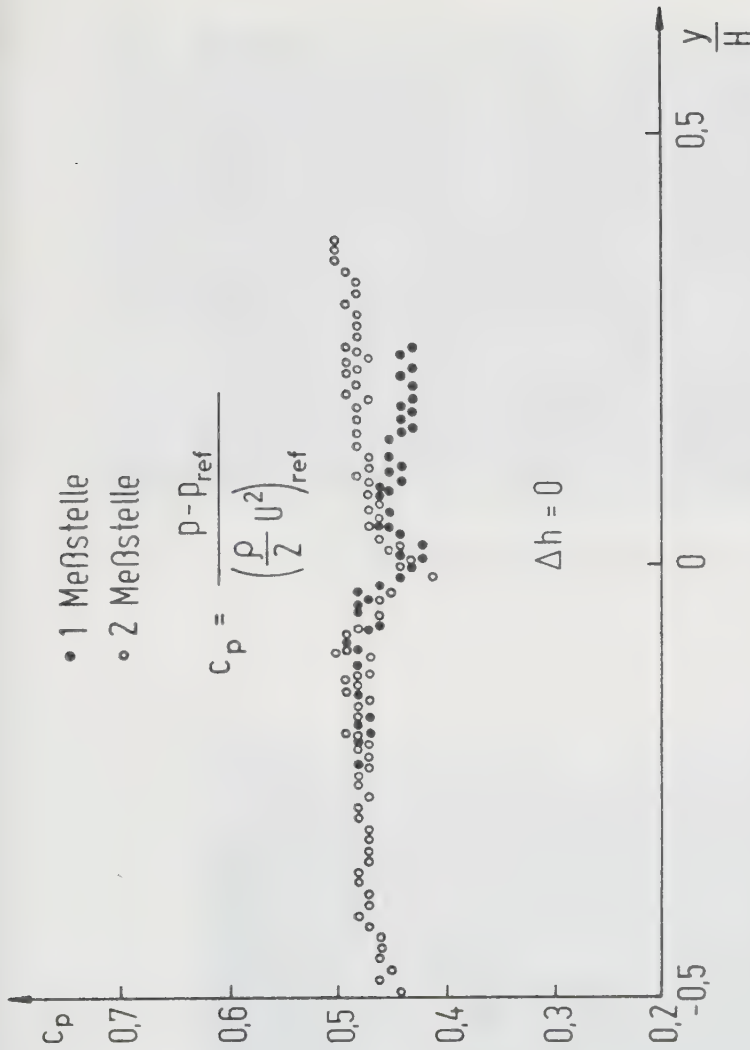


Bild14 Statische Druckverteilung in der Meßstrecke hinter dem Wabengitter

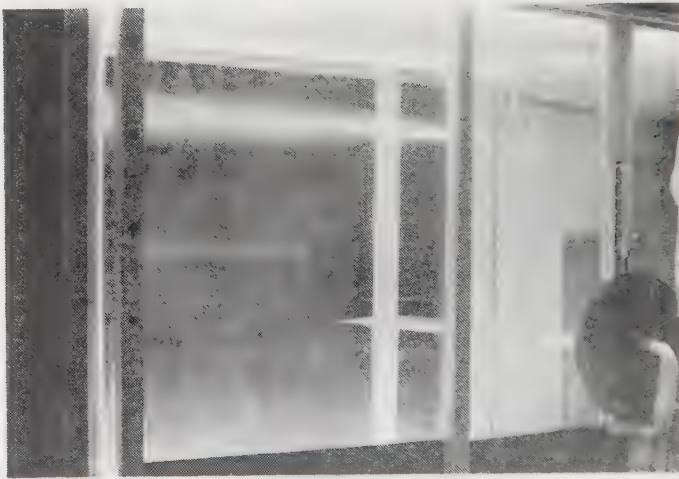


Bild 15 Strömung im Nachlauf des Wabengitters,
Rauchsonde in Position A

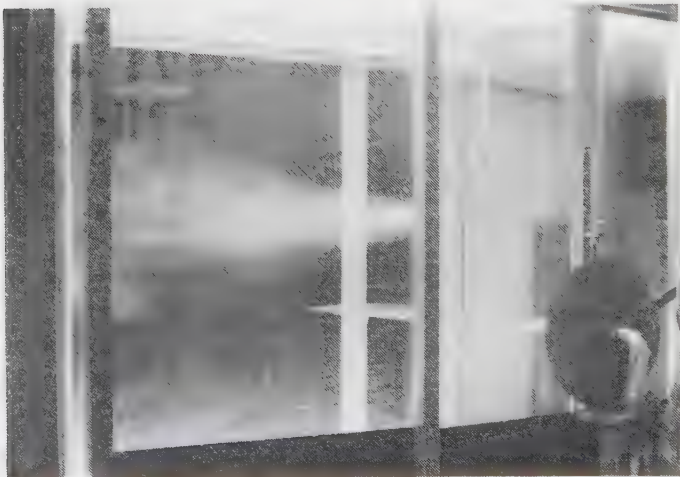


Bild 16 Strömung im Nachlauf des Wabengitters,
Rauchsonde in Position B

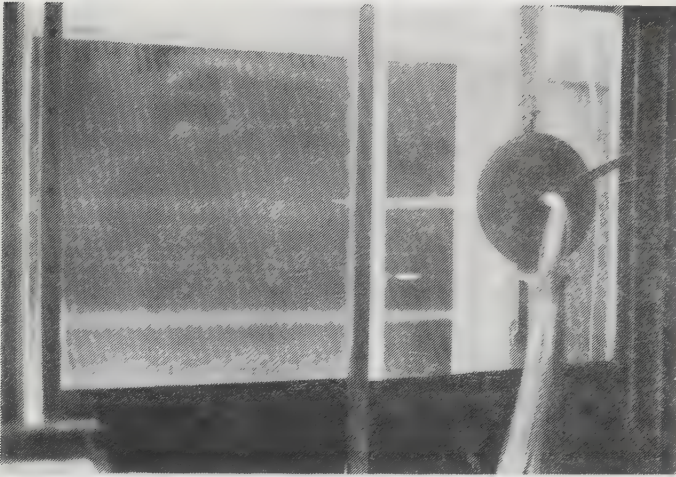


Bild 17 Strömung im Nachlauf des Wabengitters,
Rauchsonde in Position C

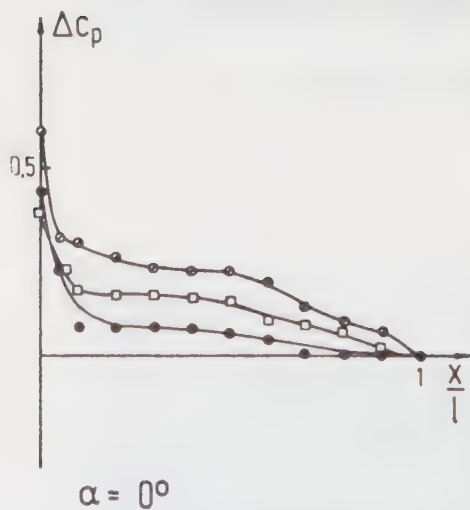
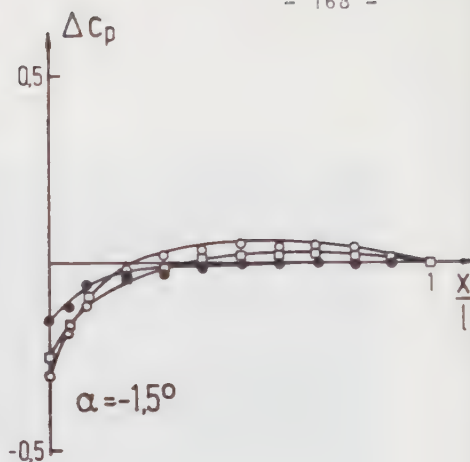
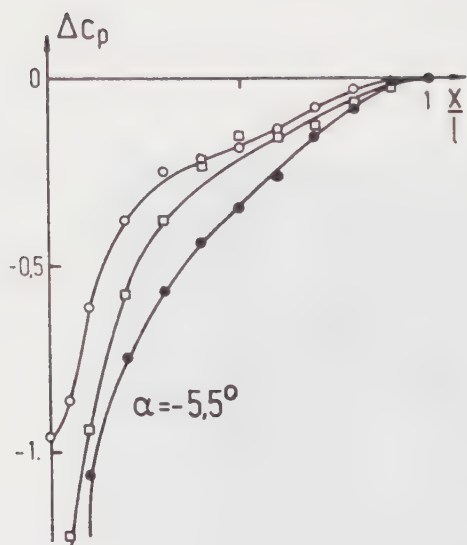


Bild 18 Druckverteilung auf der Kontur des Profils NACA 64A010 im Nachlauf des Wabengitters



• $\frac{\Delta h}{l} = 0.5$

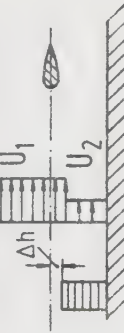
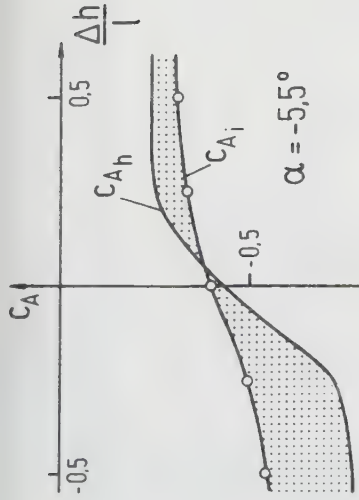
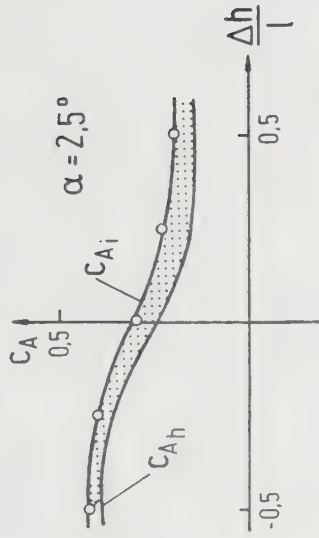
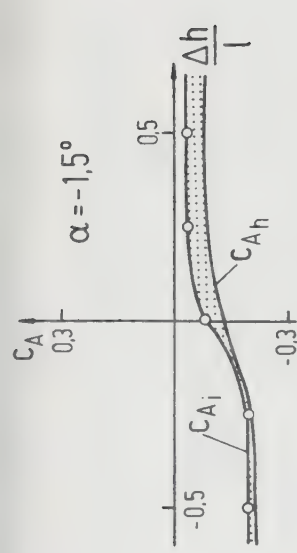
◻ $\frac{\Delta h}{l} = 0$

◉ $\frac{\Delta h}{l} = -0.1$

◻ $\frac{\Delta h}{l} = -0.5$

$\Delta c_p = c_{p_0} - c_{p_1}$

$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2}$

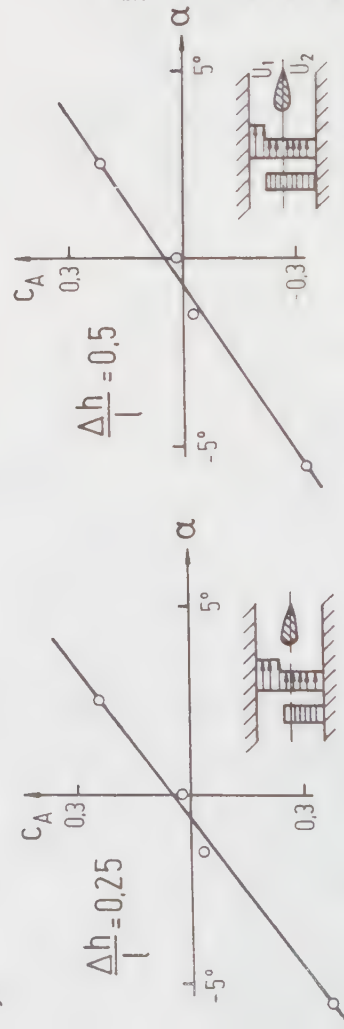
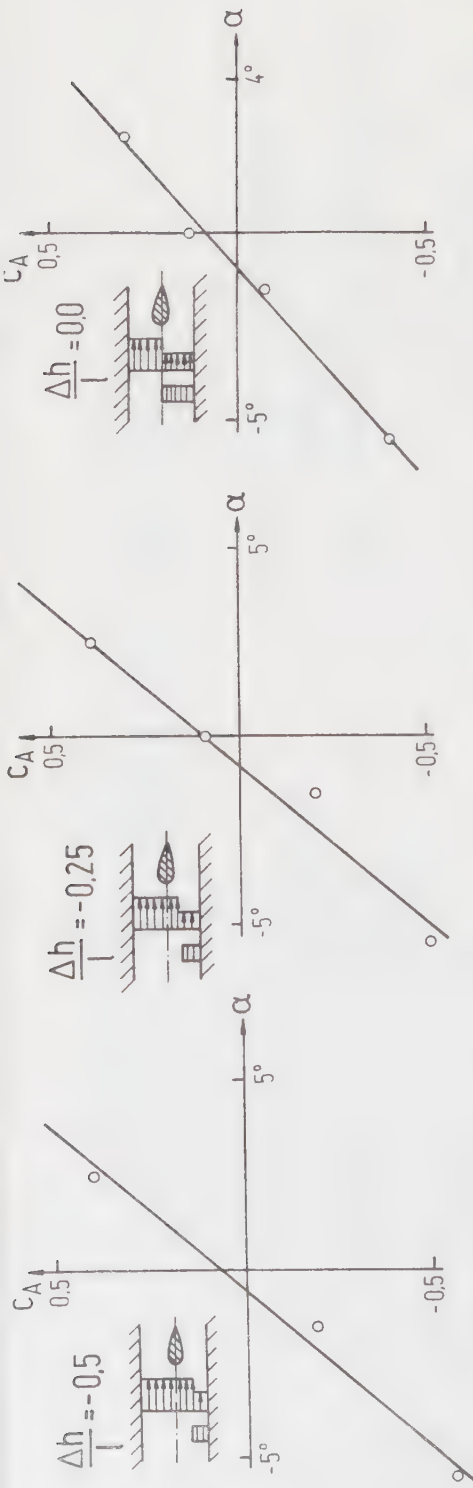


$$c_A = \frac{A}{2} \frac{\rho}{U_m^2 \cdot b l} \frac{U_1 + U_2}{2}$$

c_{A_i} = Messungen bei ungleichförmiger Anströmung

c_{A_h} Theorie, homogene Anströmung

Bild 19 Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes c_A von der Lage des Modells in der Scherschicht bei verschiedenen Anstellwinkeln α



$$c_A = \frac{\rho U_m^2 b l}{2} \left(\eta_1 \alpha + \eta_{III} \frac{d}{l} \right), \quad c'_{A\infty} = 5.3$$

$\frac{\Delta h}{l}$	$\frac{dc_A}{d\alpha}$	$\frac{dc_A}{d\alpha} c'_{A\infty}$	η_I	η_{III}
-0.5	7.16	1.38	1.38	0.11
-0.25	6.45	1.24	1.24	0.19
0.0	5.16	0.99	0.99	0.18
0.25	4.30	0.83	0.83	0.10
0.5	3.87	0.74	0.74	0.09

Bild 20 Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes c_A vom Anstellwinkel α bei unterschiedlichen Positionen des Profils in der Scherschicht

1. $\omega(\Psi) = 0$



Anströmung :

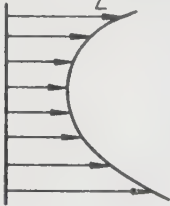
$$U(y) = U_{\infty} = \text{const}$$

2. $\omega(\Psi) = \text{const}$



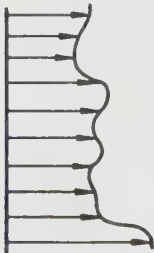
$$U(y) = ay + U_{\infty}$$

3. $\omega(\Psi) = -\frac{c^2}{2} \cdot \Psi$



$$U(y) = ae^{cy} + be^{-cy}$$

4. $\omega(\Psi) = f(\Psi)$



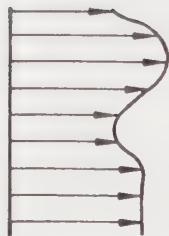
$$U(y) = g(y)$$

Bild 21: Abhängigkeit der Drehung von der Anströmung

1.

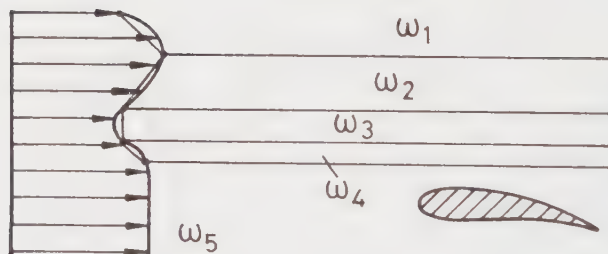
$$\Delta \psi = f(\psi)$$

- 172 -



2.

$$\Delta \psi_i = -2\omega_i = \text{const.}$$



3.

$$\Delta \psi_i = 0$$

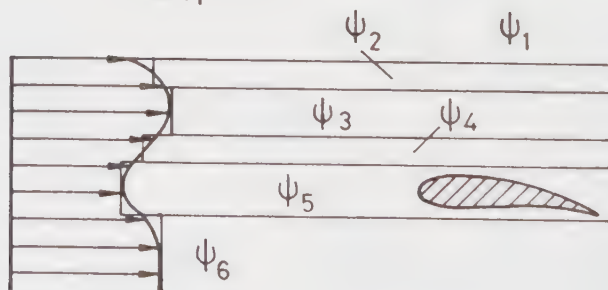


Bild 22 Zur Berechnung von drehungsbehafteten Strömungsfeldern

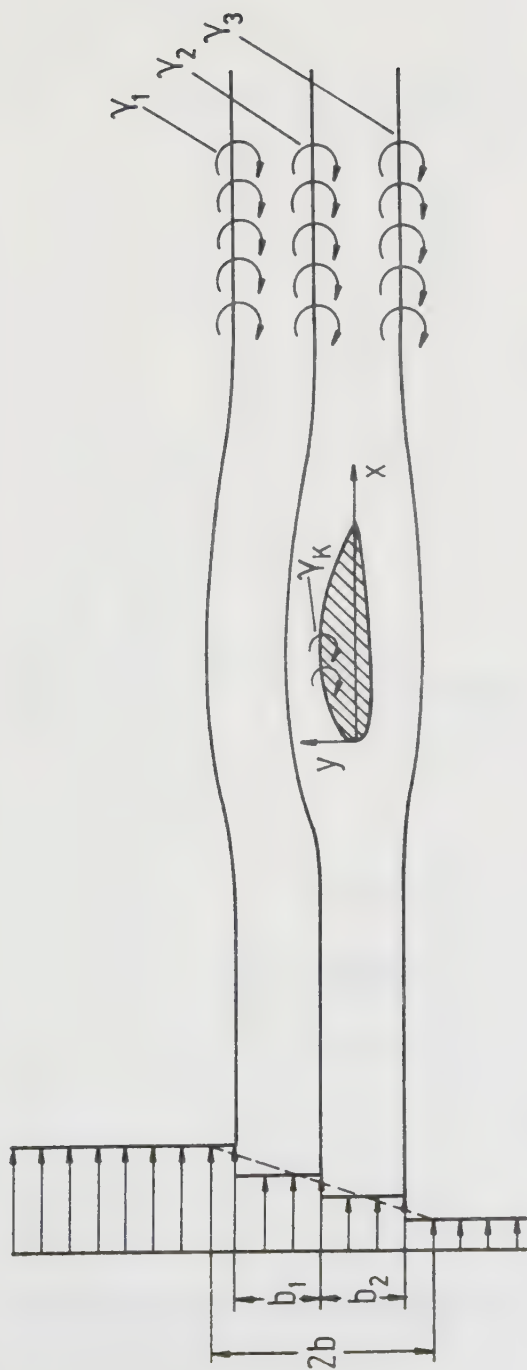
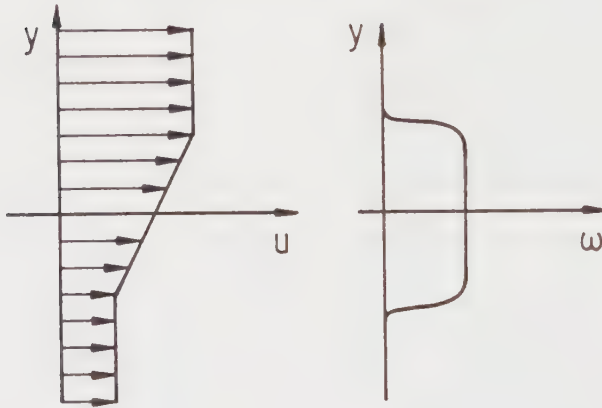


Bild 23: Inhomogene Anströmung eines Tragflügelprofils

1. kontinuierliche Anströmung



2. stufenförmige Anströmung

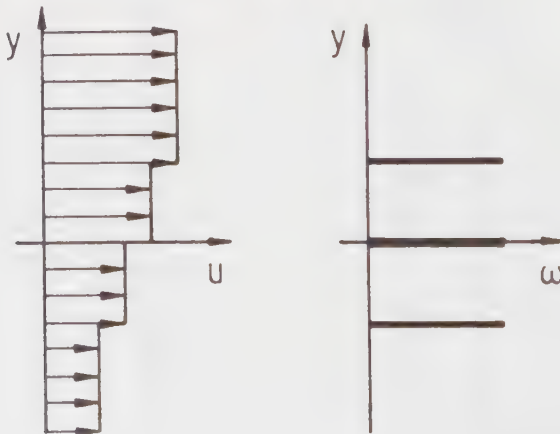


Bild 24: Verteilung der Drehung in der Anströmung

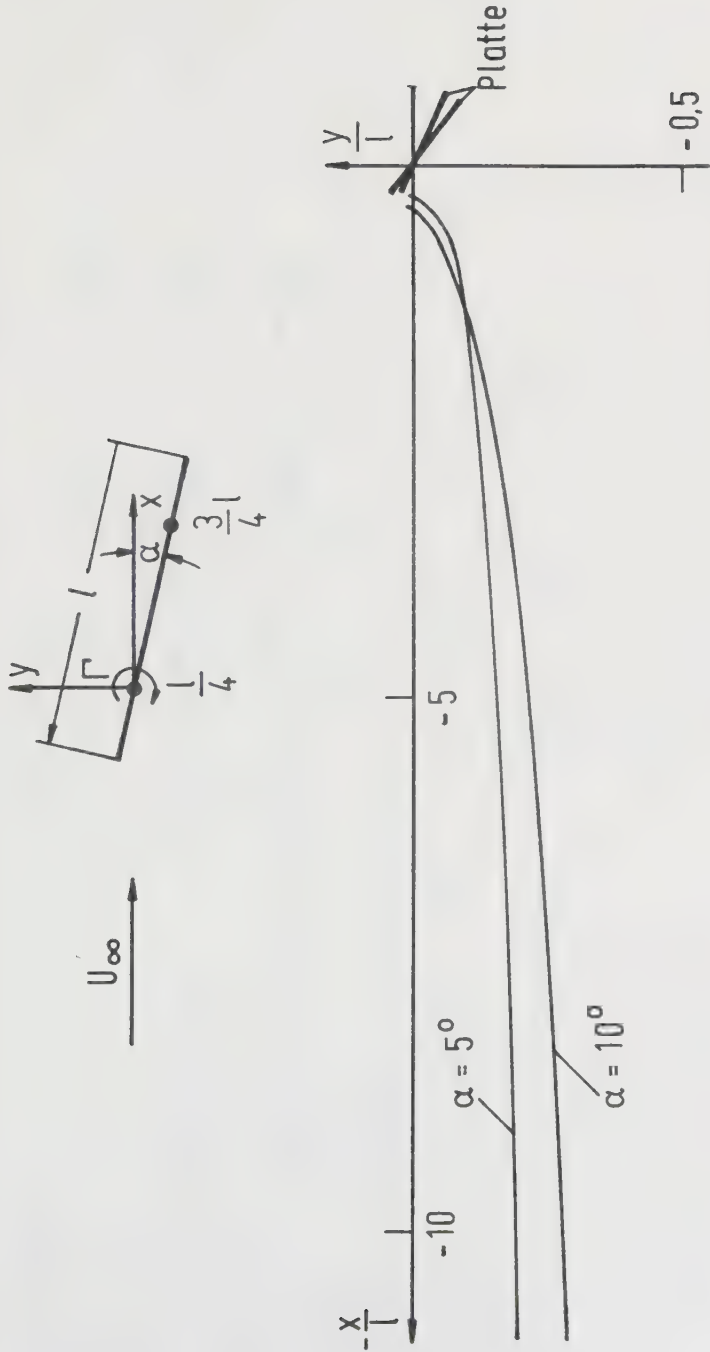


Bild25 : Verlauf der Stromlinien in großer Entfernung vor einer angestellten Platte

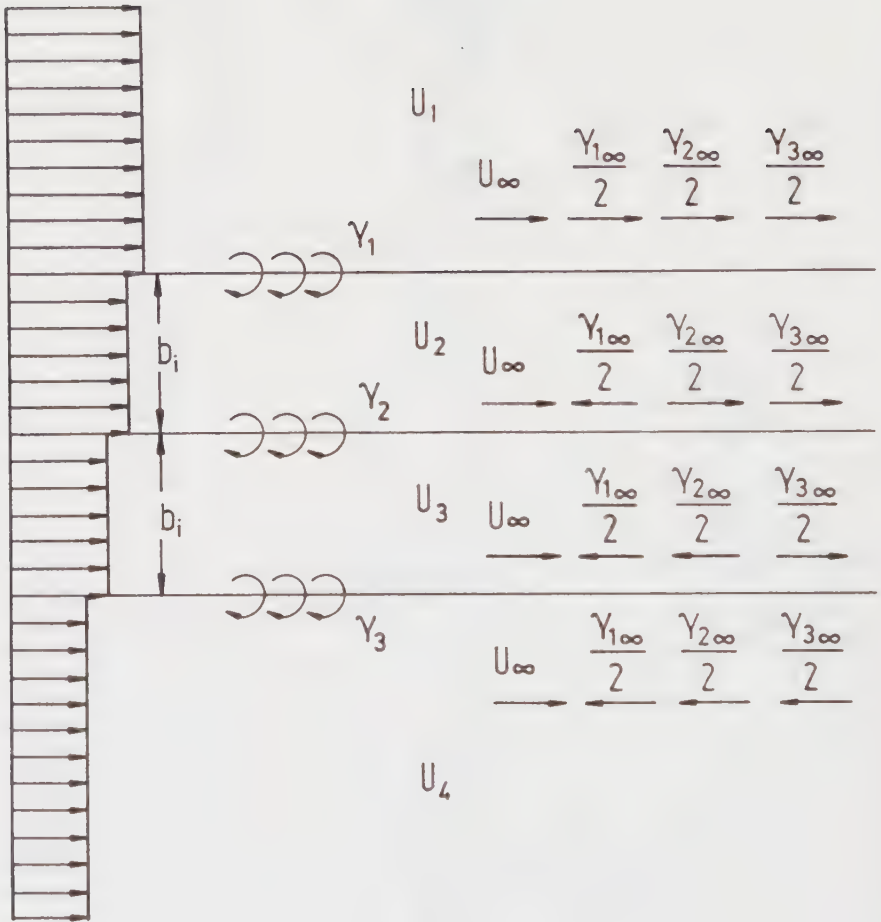


Bild 26

Anströmbedingungen

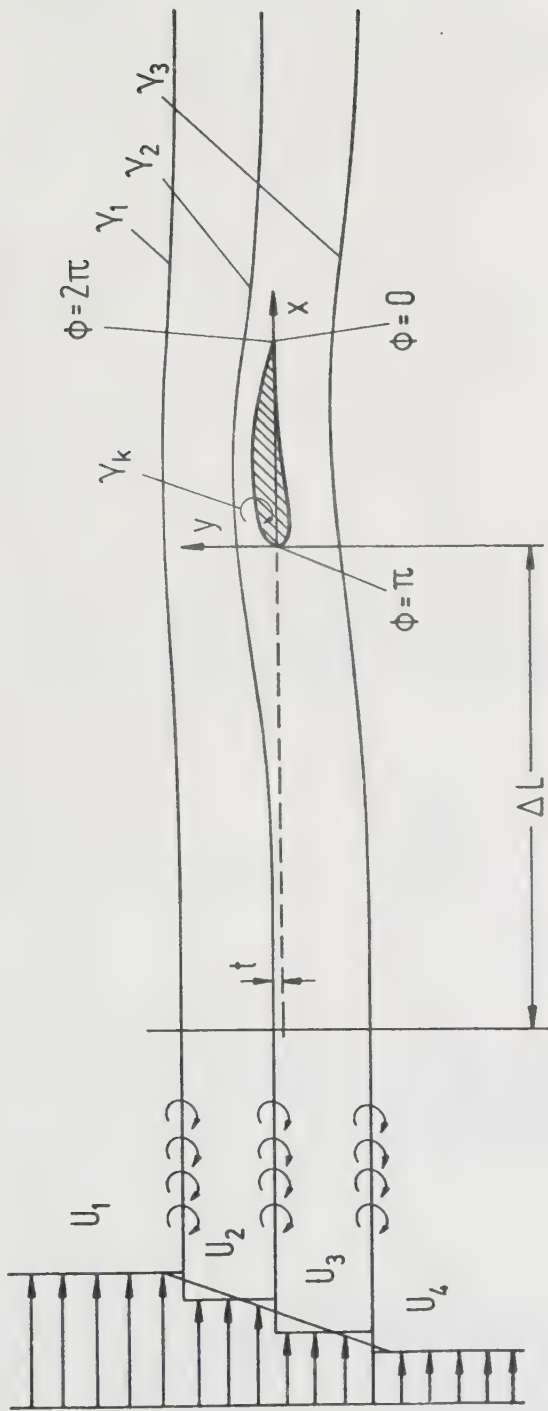
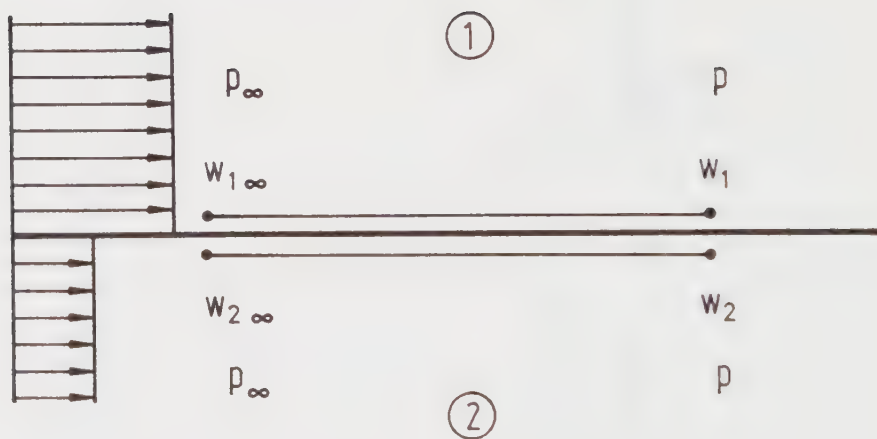
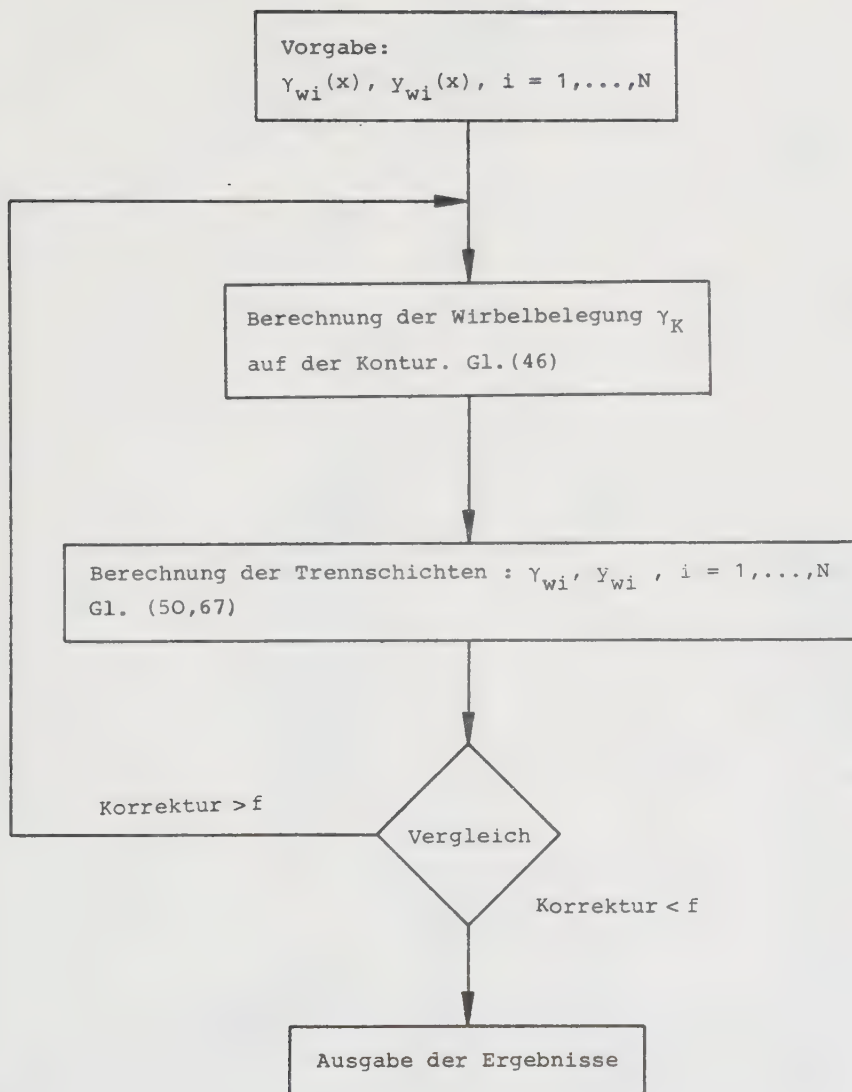


Bild 27: Zur Berechnung eines Profils in einer Scherschicht



$$w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

Bild 28: Zur Herleitung der Druckbedingung



Staupunkt

1.



2.



3.



Bild 30 : Durchgang eines Profils durch eine Trennschicht

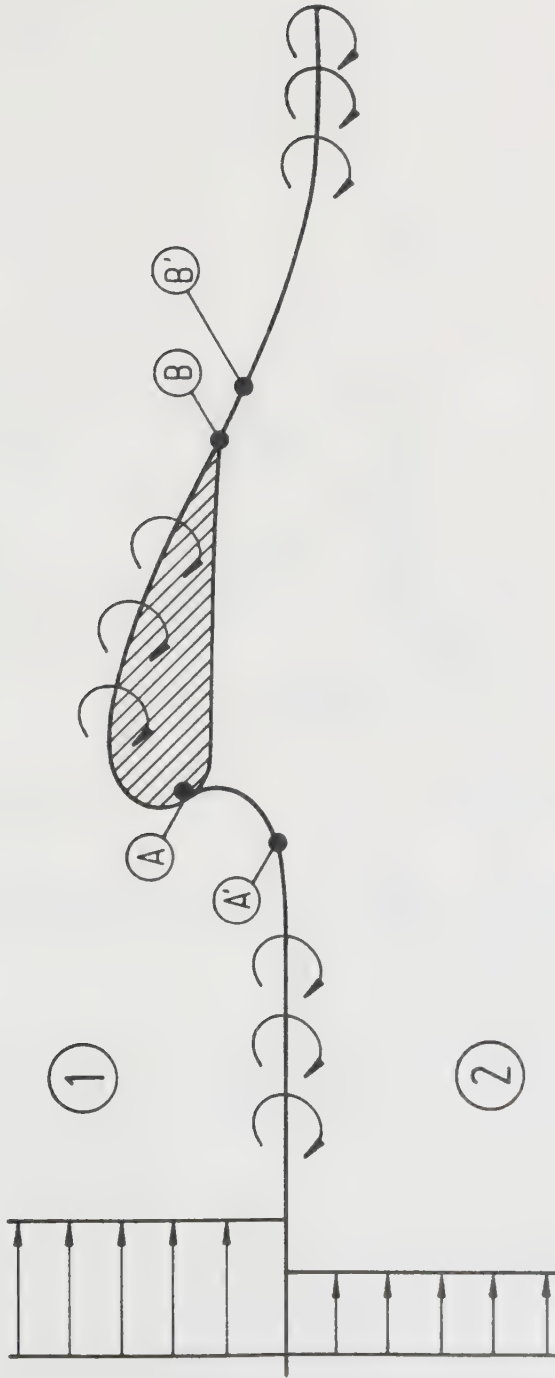


Bild 31: Zur Berechnung des Durchgangs eines Tragflügelprofils durch eine Trennschicht

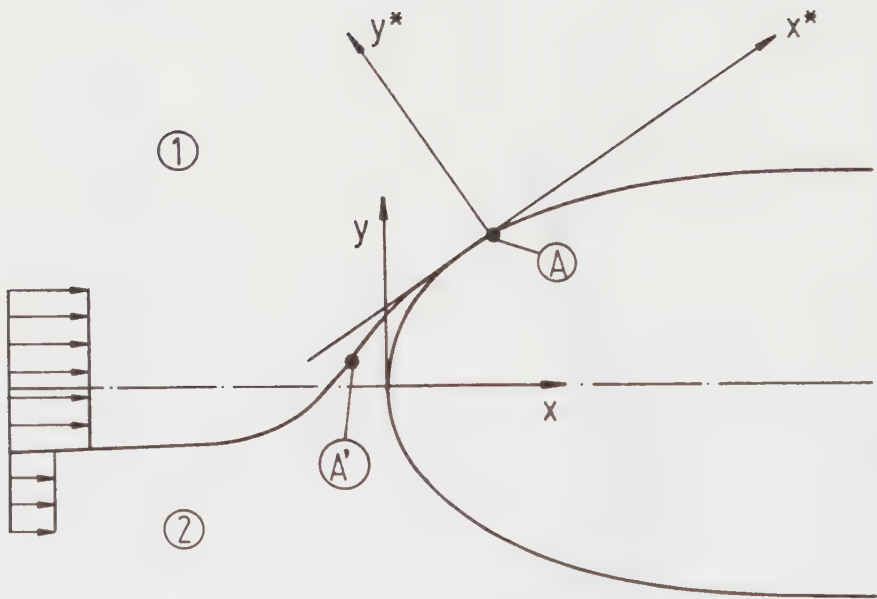


Bild 32: Die Umgebung des „Cusp“ an der Profilnase

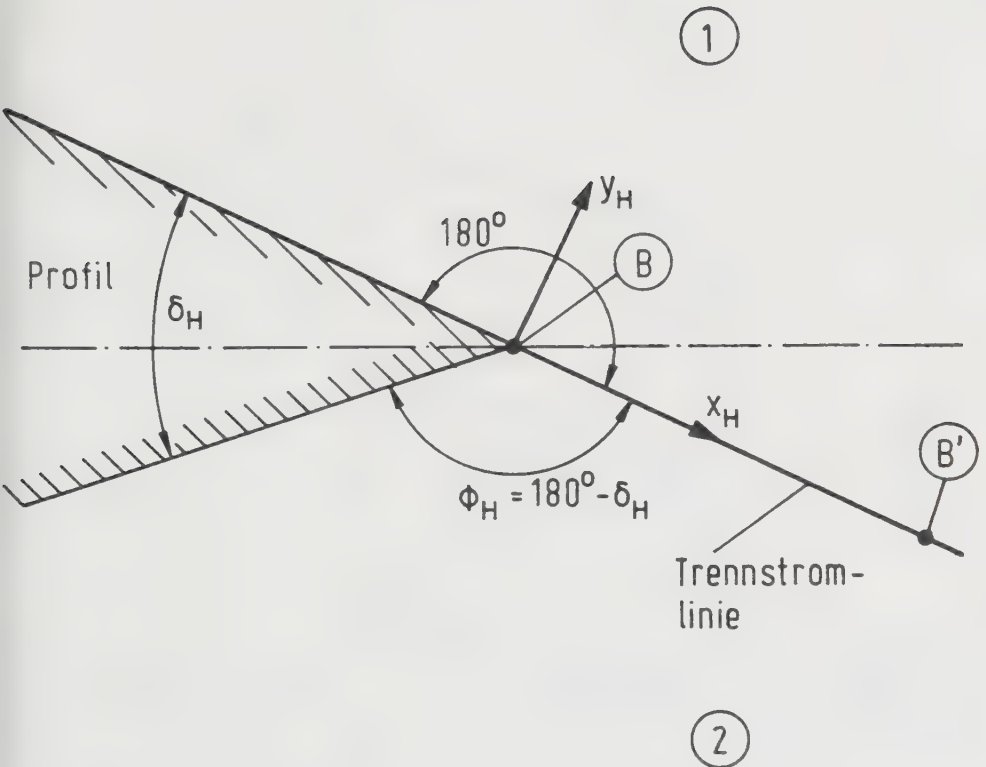


Bild 33: Die Strömung in der Umgebung der Profilhinterkante

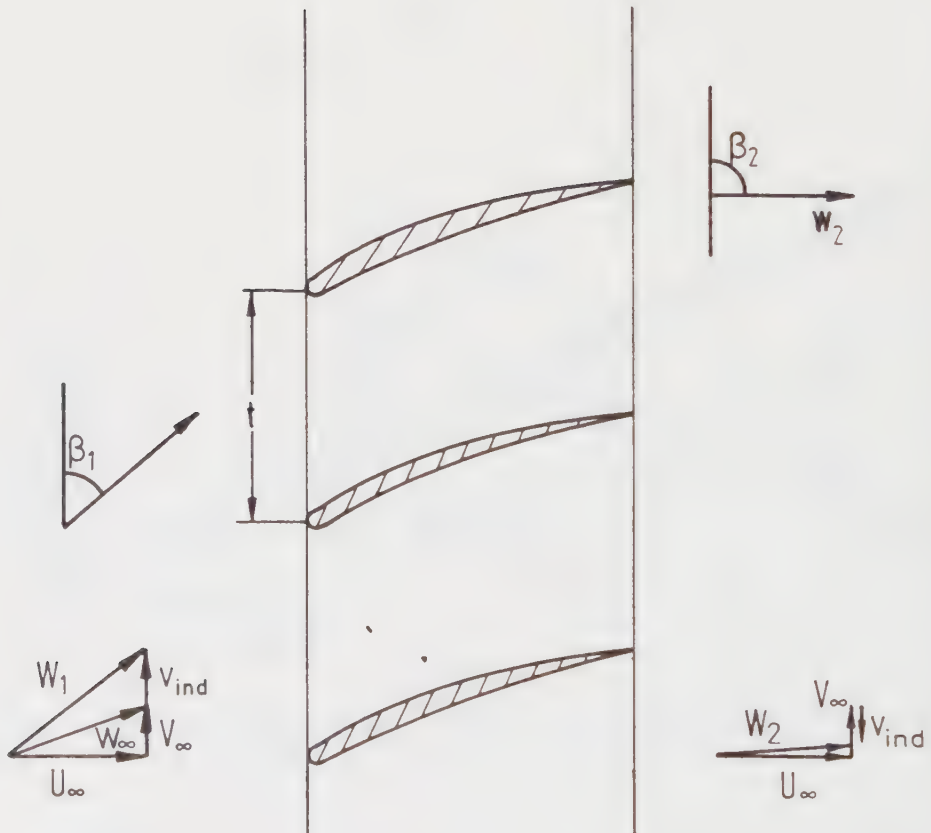


Bild 34: Gestaffeltes Gitter

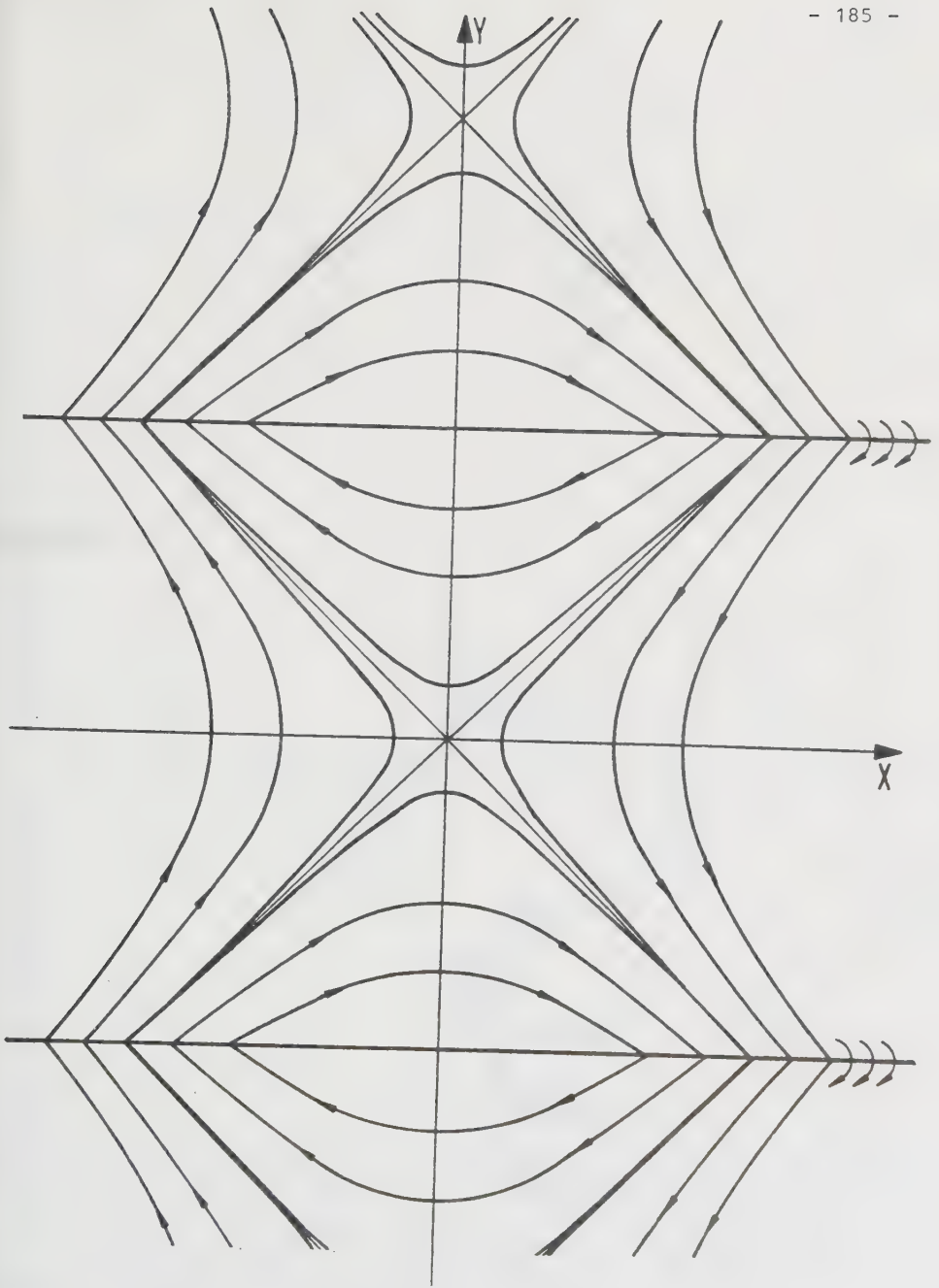


Bild 35: Stromlinienverlauf für eine unendliche Reihe ebener Wirbelschichten

Stromlinien: $y^2 - x^2 = c$

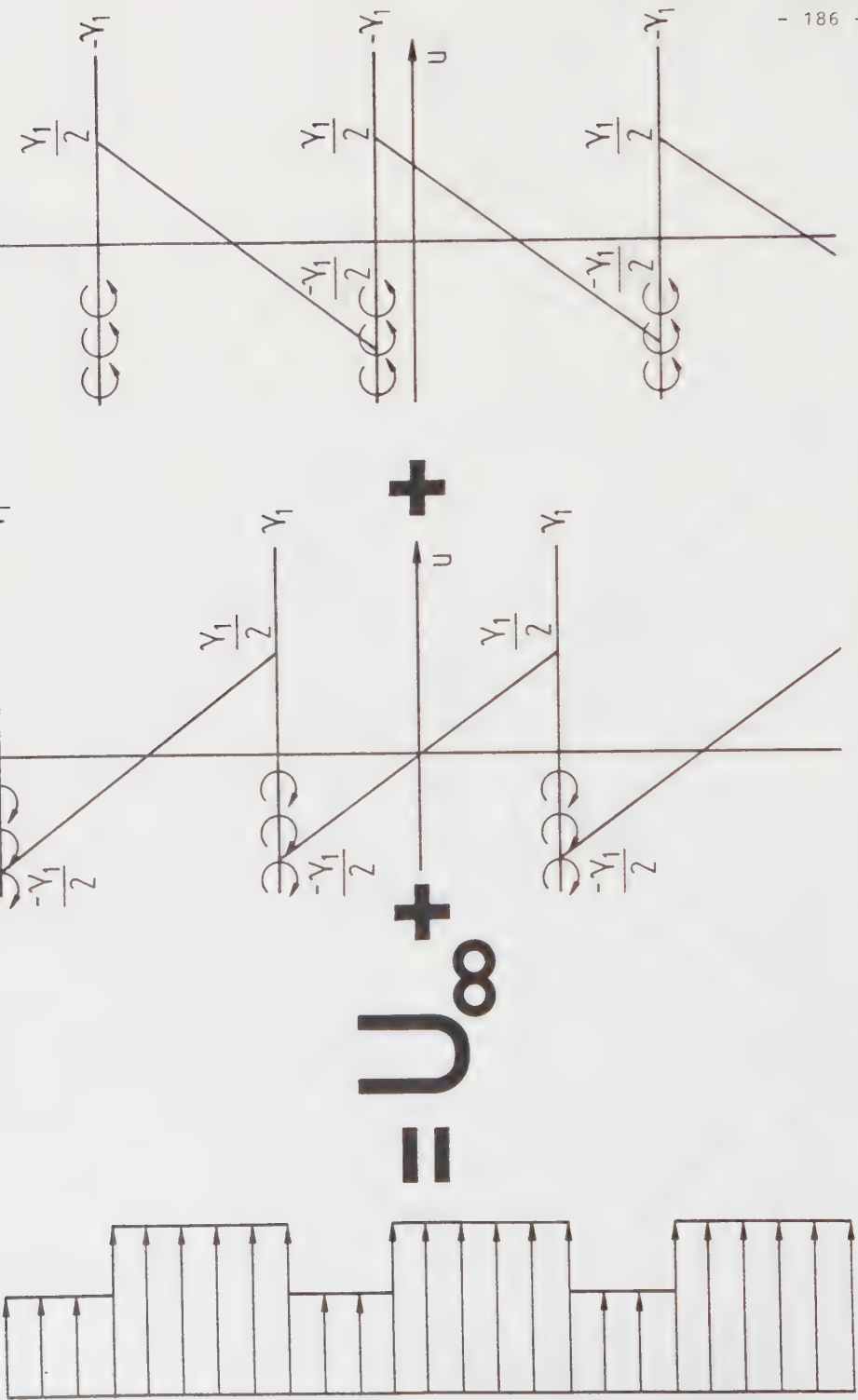
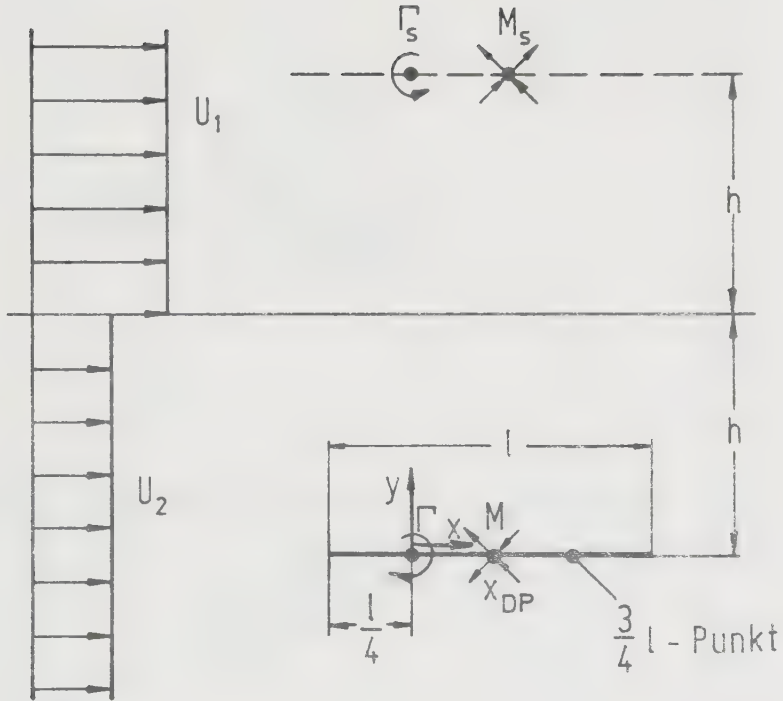


Bild 36 : Zur Erzeugung von ungleichförmigen Geschwindigkeitsverteilungen in Gittern



$$\lambda = \frac{U_1}{U_2}$$

Bild 37: Näherung zur Berechnung der Delleneffekte

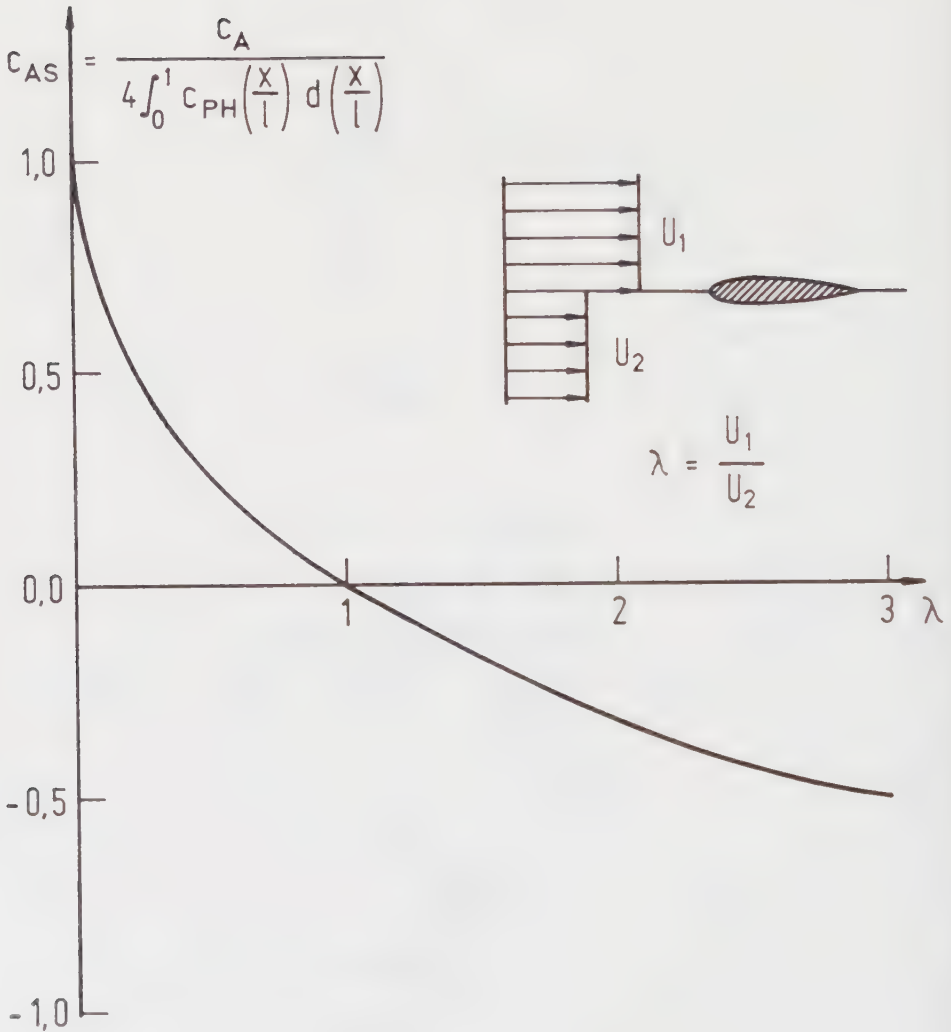


Bild 38: Abhängigkeit des Auftriebs eines Profils von der Geschwindigkeitsverteilung in der Anströmung beim Durchgang durch eine Trennschicht

$$c_A = \frac{A}{\frac{\rho}{2} U_M^2 b l} \quad U_M = \frac{U_1 + U_2}{2}$$

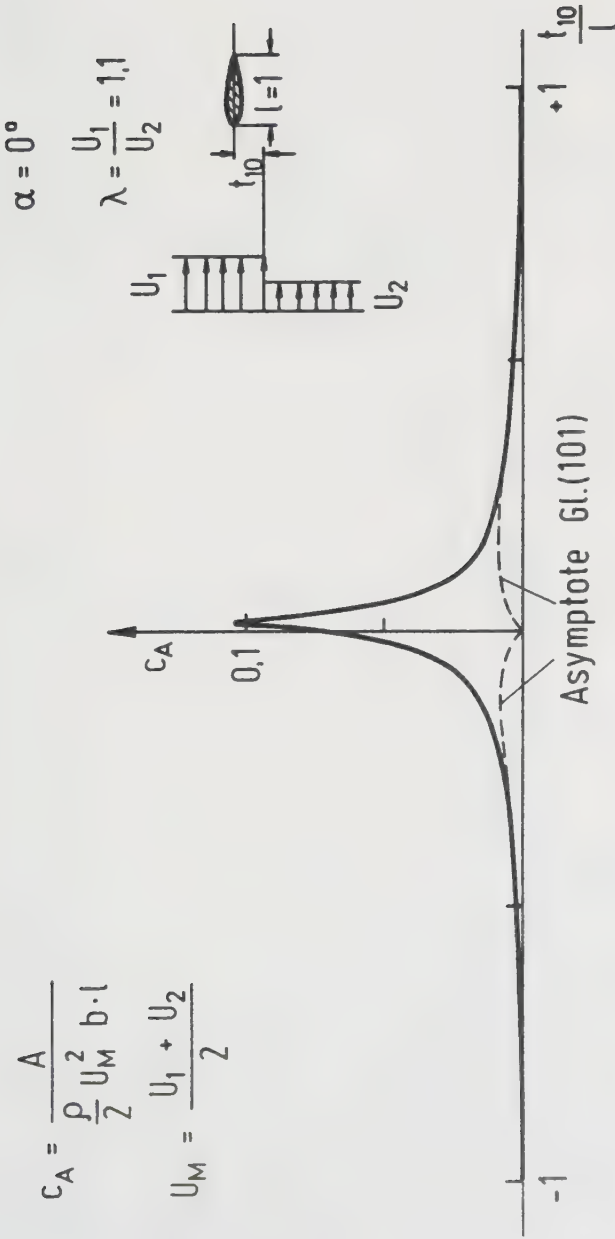


Bild 39: Profil NACA 64 A010 in einem Strömungsfeld mit einem Sprung im Gesamtdruck

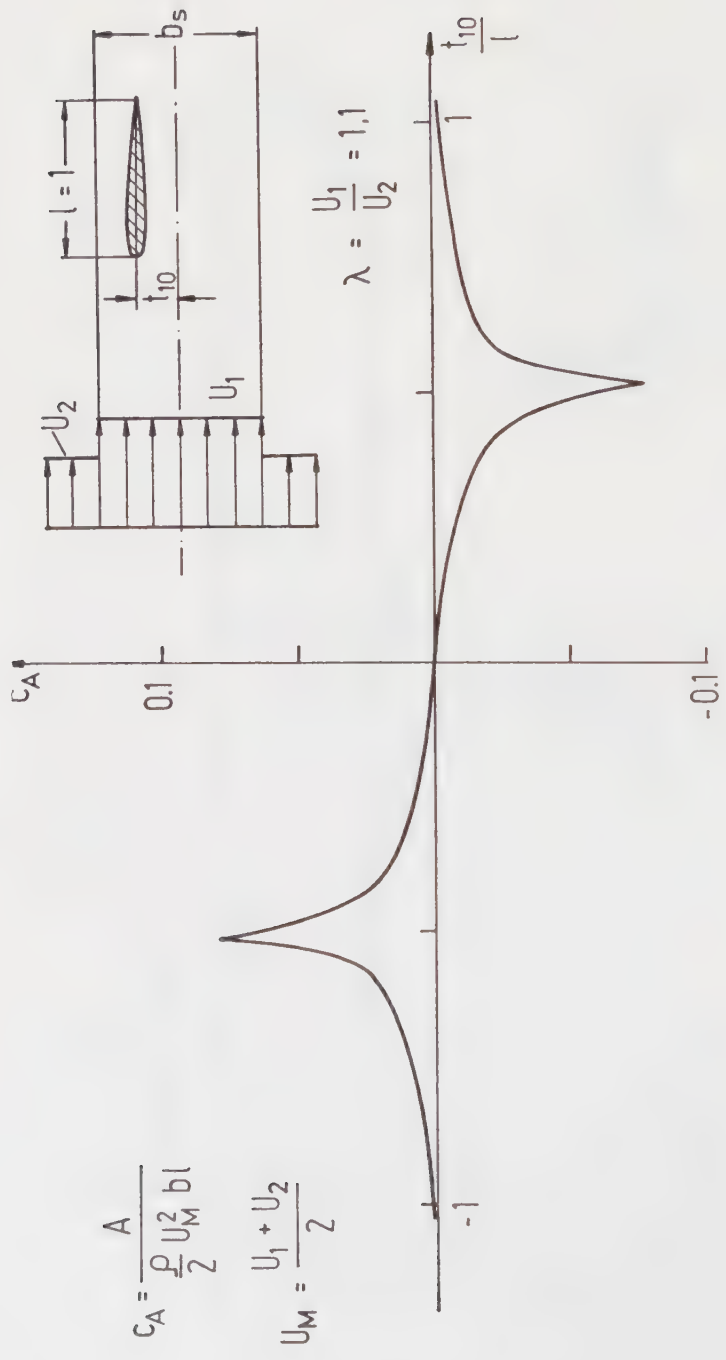


Bild 40 : Das symmetrische Profil NACA 64 A 010 bei einem Anstellwinkel von 0° in einer Strömung mit einem Strahl

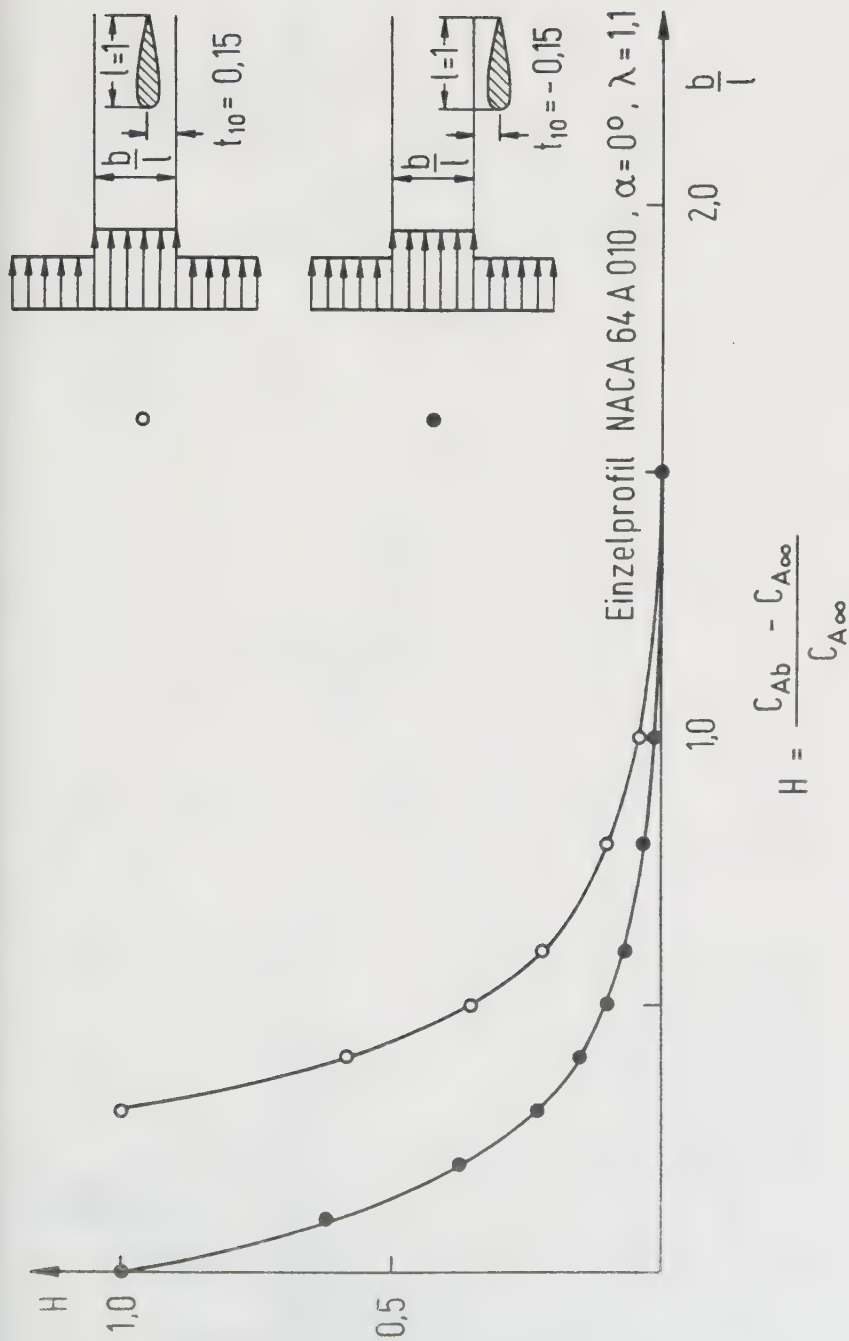


Bild 41 : Abhängigkeit der Delleneffekte von der Strahlbreite

1. Fall : Profil außerhalb des Strahls • , 2. Fall : Profil im Strahl ○

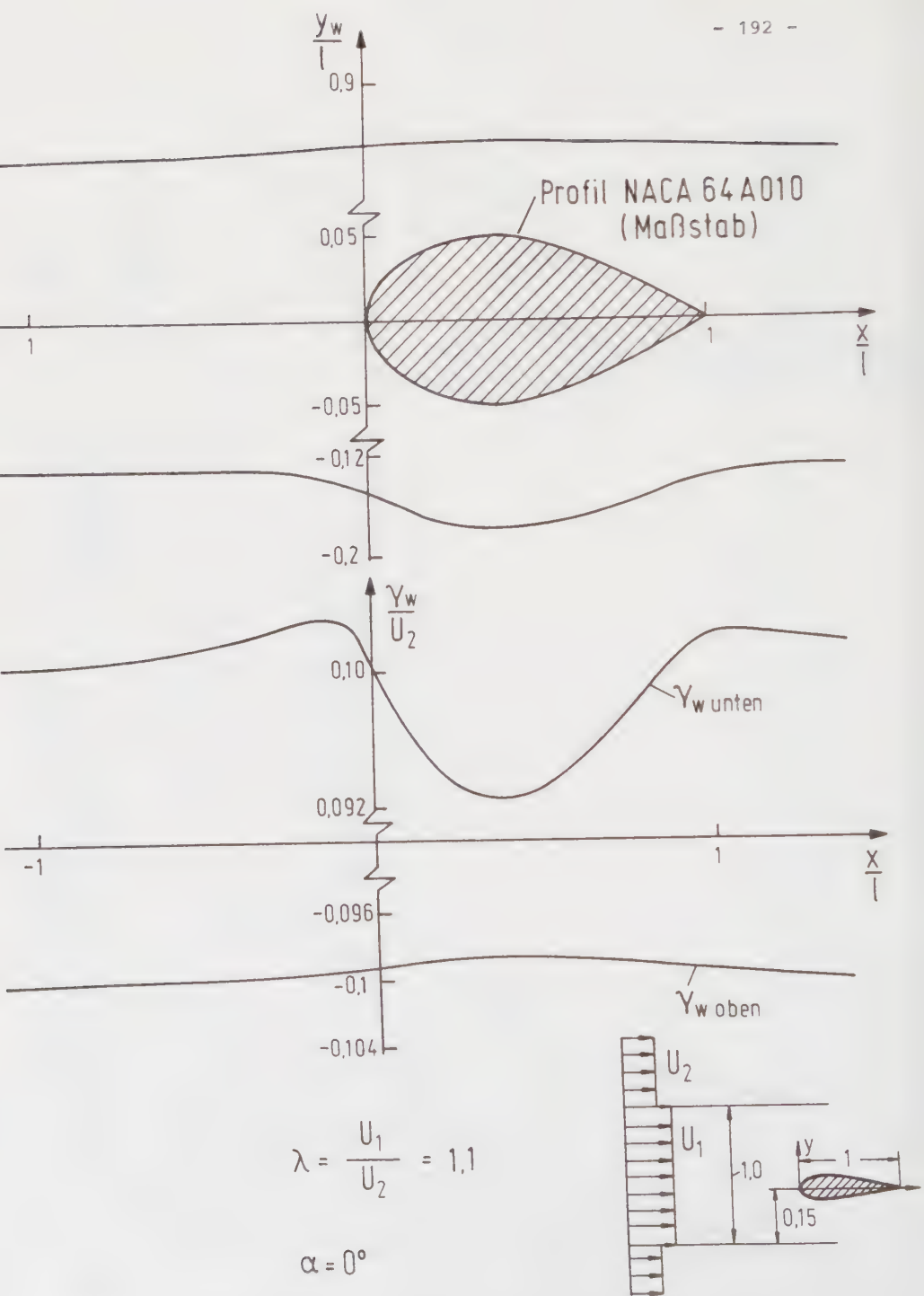


Bild 42: Einfluß eines Profils auf die Strahlränder

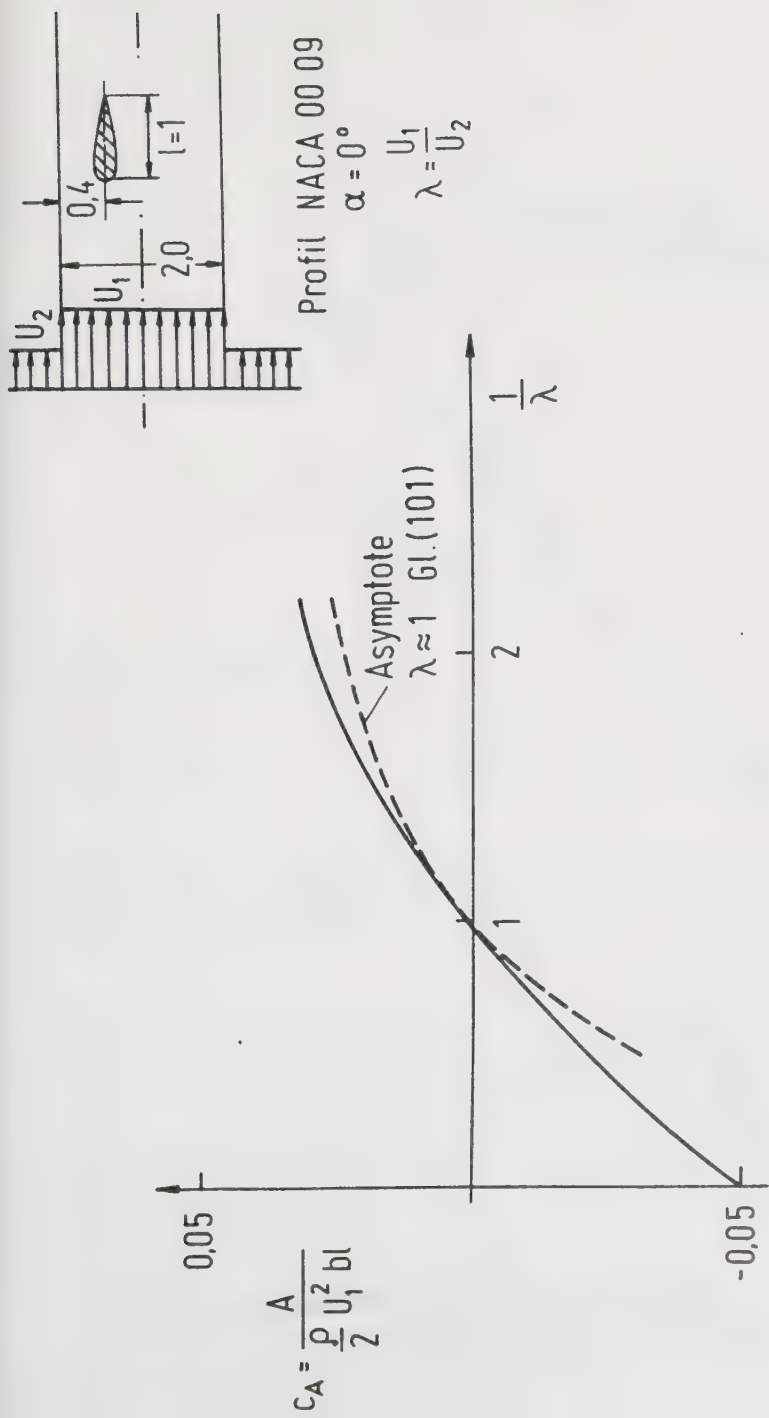
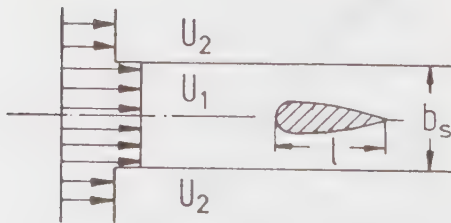
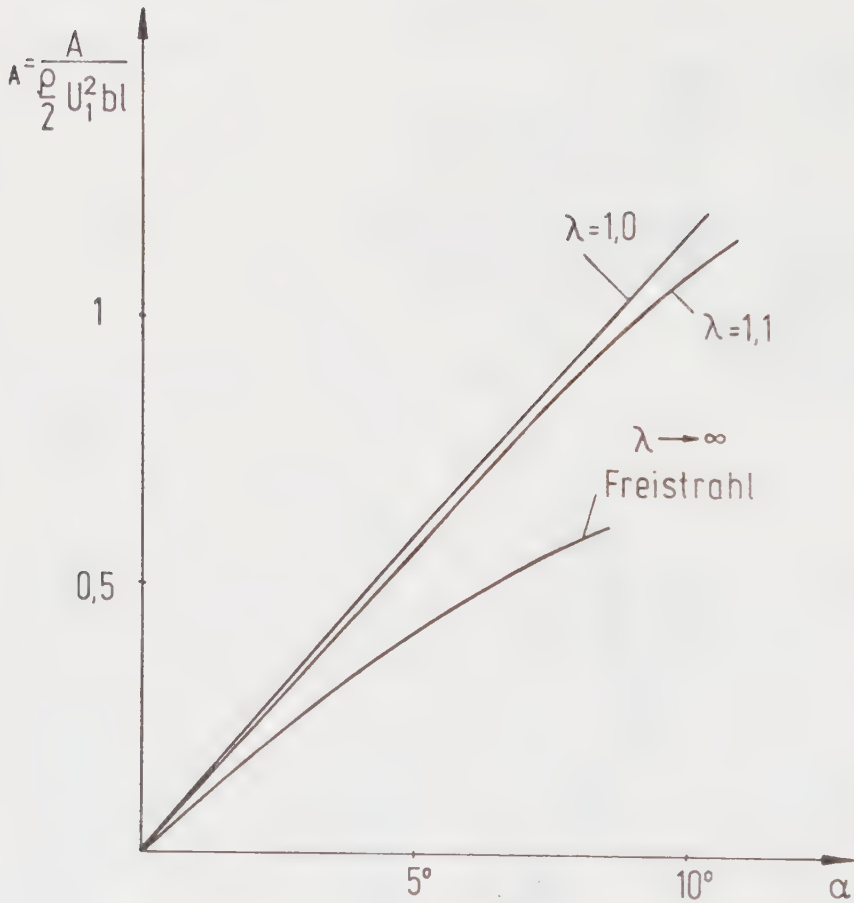


Bild 43: Einfluß des Geschwindigkeitsverhältnisses in der Anströmung auf die Delleneffekte

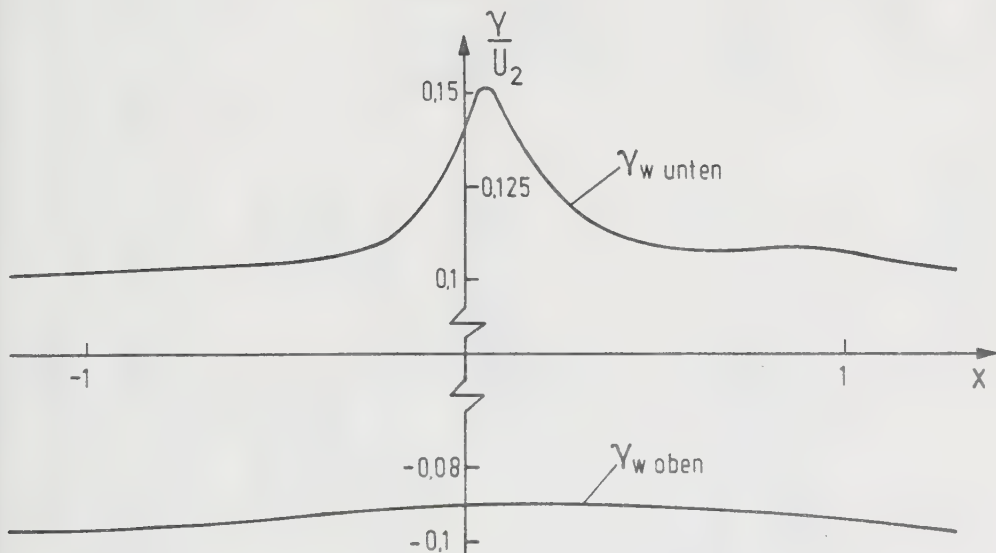
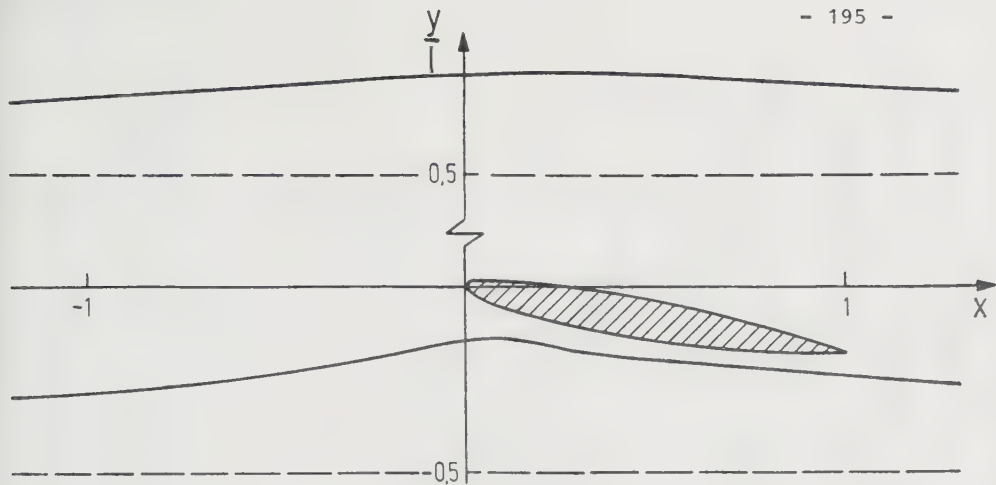


$$\lambda = \frac{U_1}{U_2} = 1,1$$

$$\frac{b_s}{l} = 1$$

Profil NACA 64 A 010

Bild 44: Auftrieb für das Profil NACA 64 A 010 in der Mitte eines Strahls



$$\lambda = \frac{U_1}{U_2} = 1,1$$

$$\alpha = 10^\circ$$

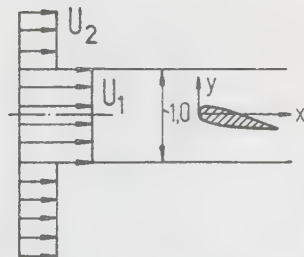


Bild 45: Das Profil NACA 64 A010 bei einem Anstellwinkel von $\alpha = 10^\circ$ in einem Strahl

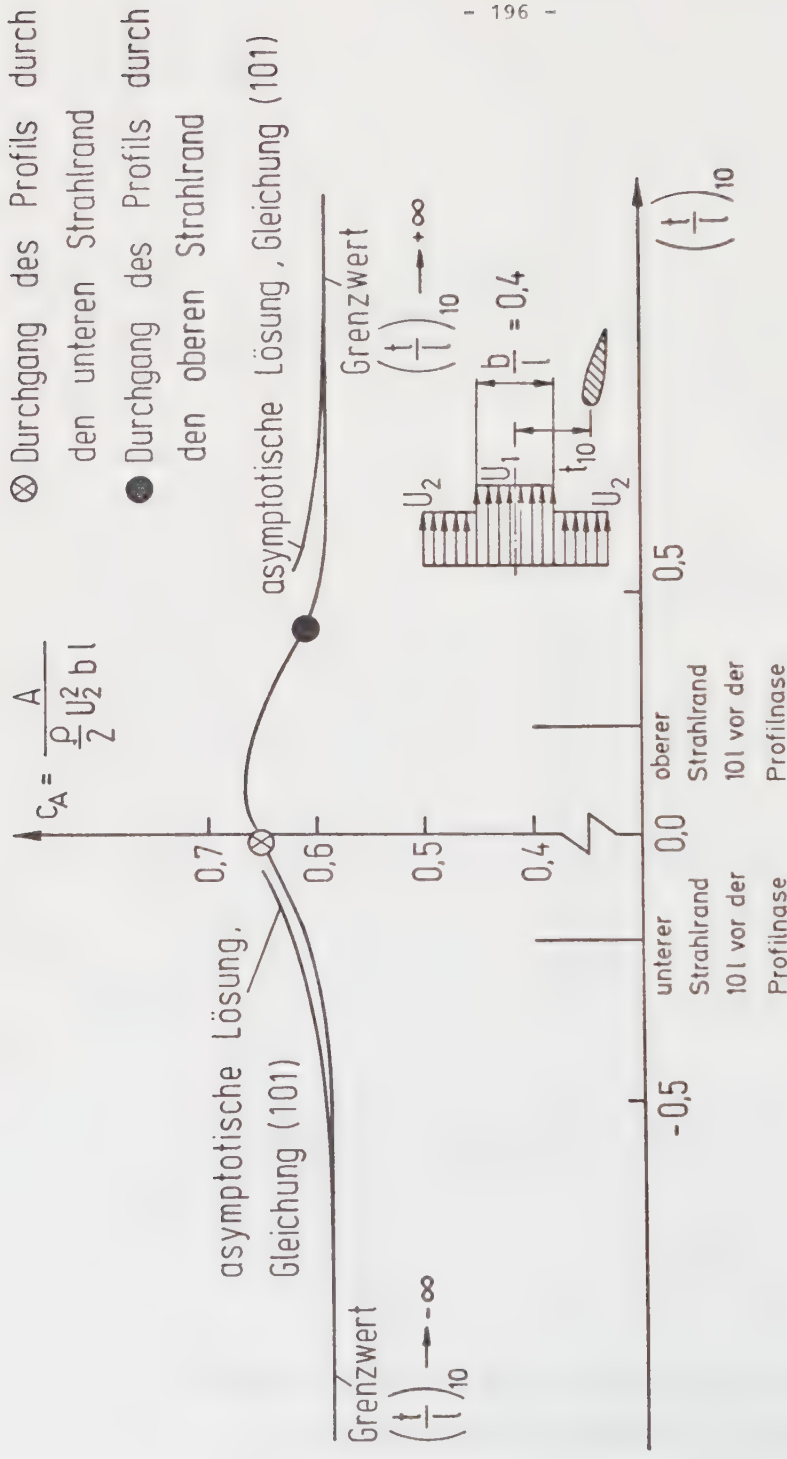


Bild 46 : Auftriebsverlauf für das Profil NACA 64 A010 beim Durchgang durch einen Strahl, $\lambda = U_1 / U_2 = 1,1$; $\alpha = 5^\circ$

$$p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_2^2}$$

- 197 -

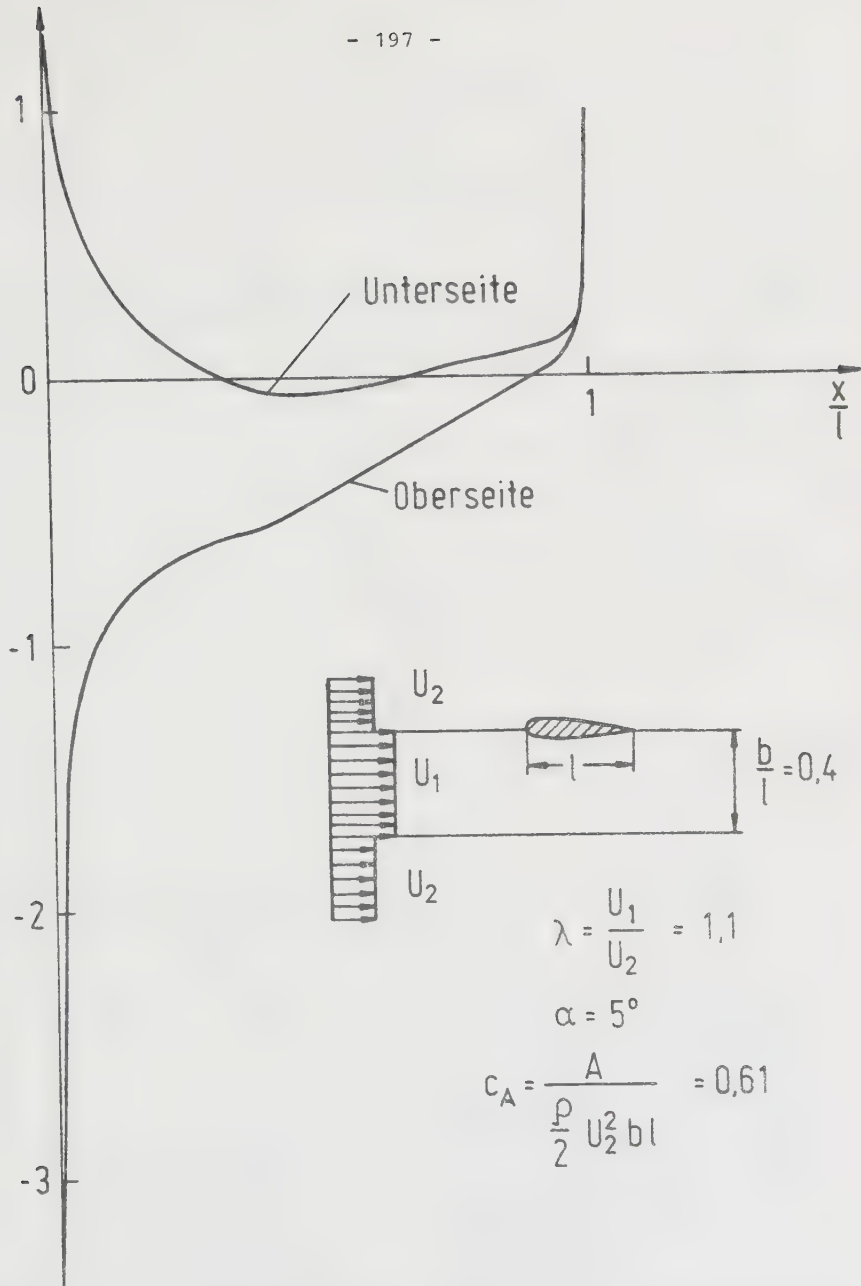
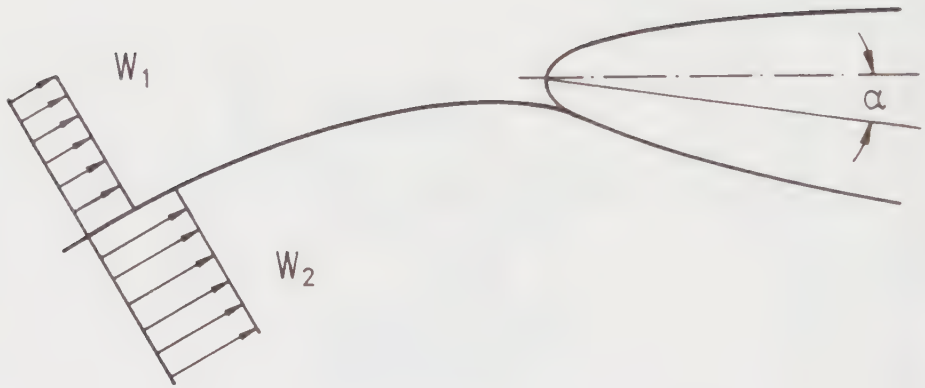


Bild 47: Druckverteilung auf der Kontur des Profils NACA 64A010 bei einem Anstellwinkel $\alpha = 5^\circ$ beim Durchgang durch den oberen Strahlrand

1. oberer Strahlrand



2. unterer Strahlrand

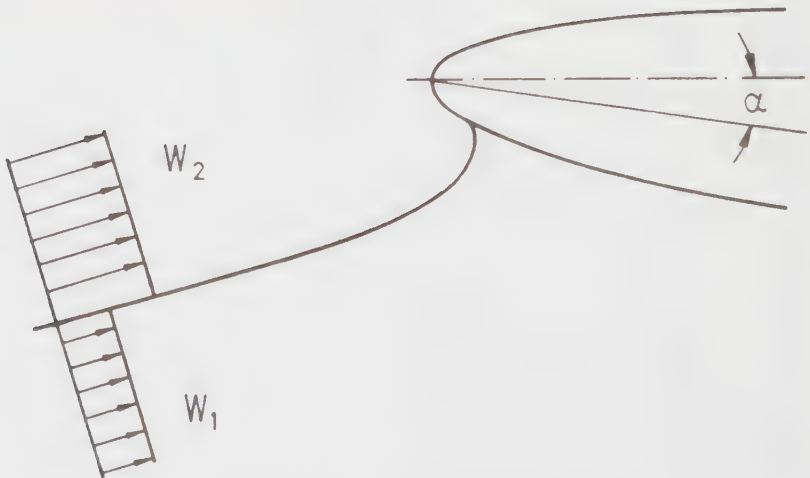


Bild 48: Die Strömung in der Umgebung der Profalnase beim Durchgang des Profils durch den oberen und unteren Strahlrand

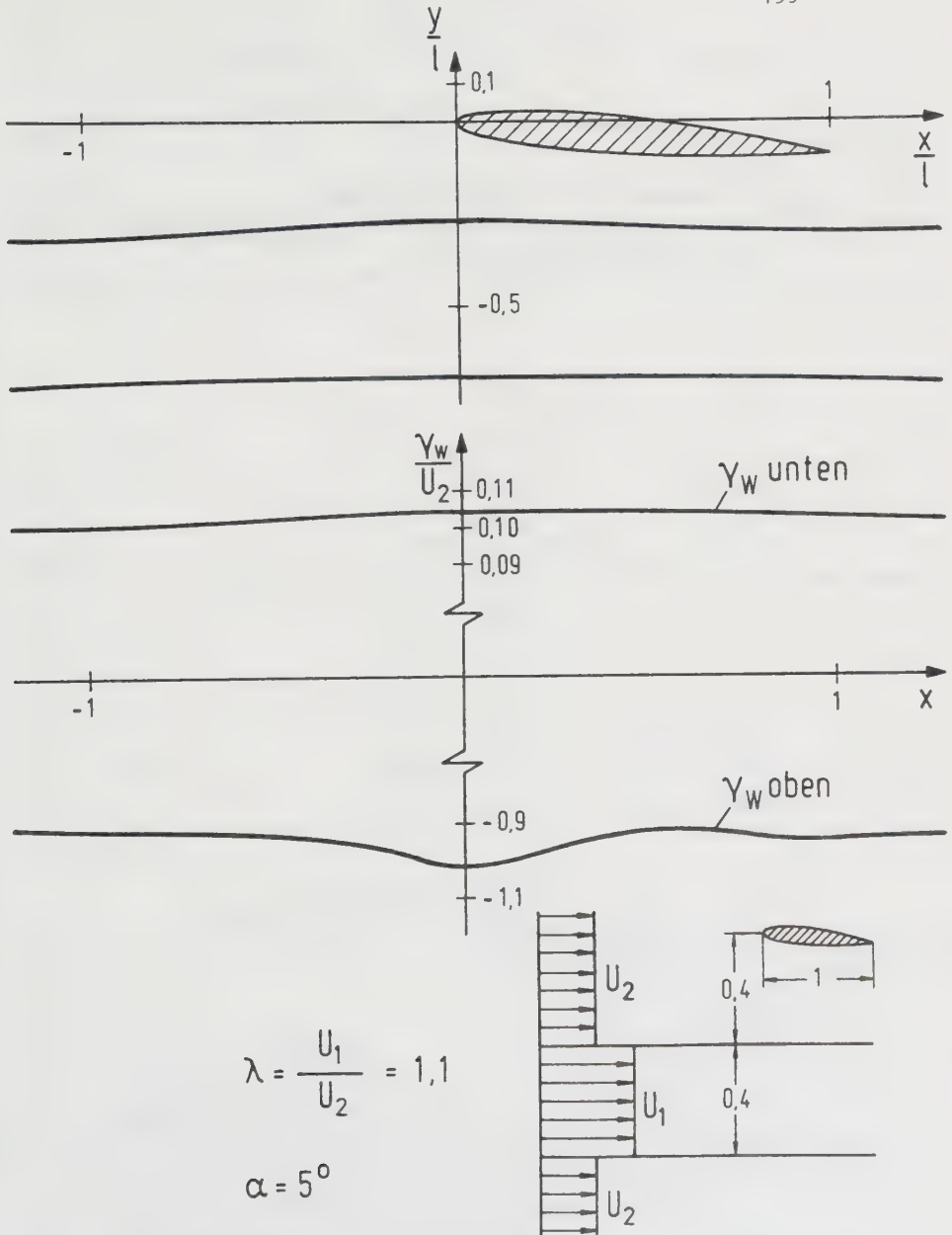
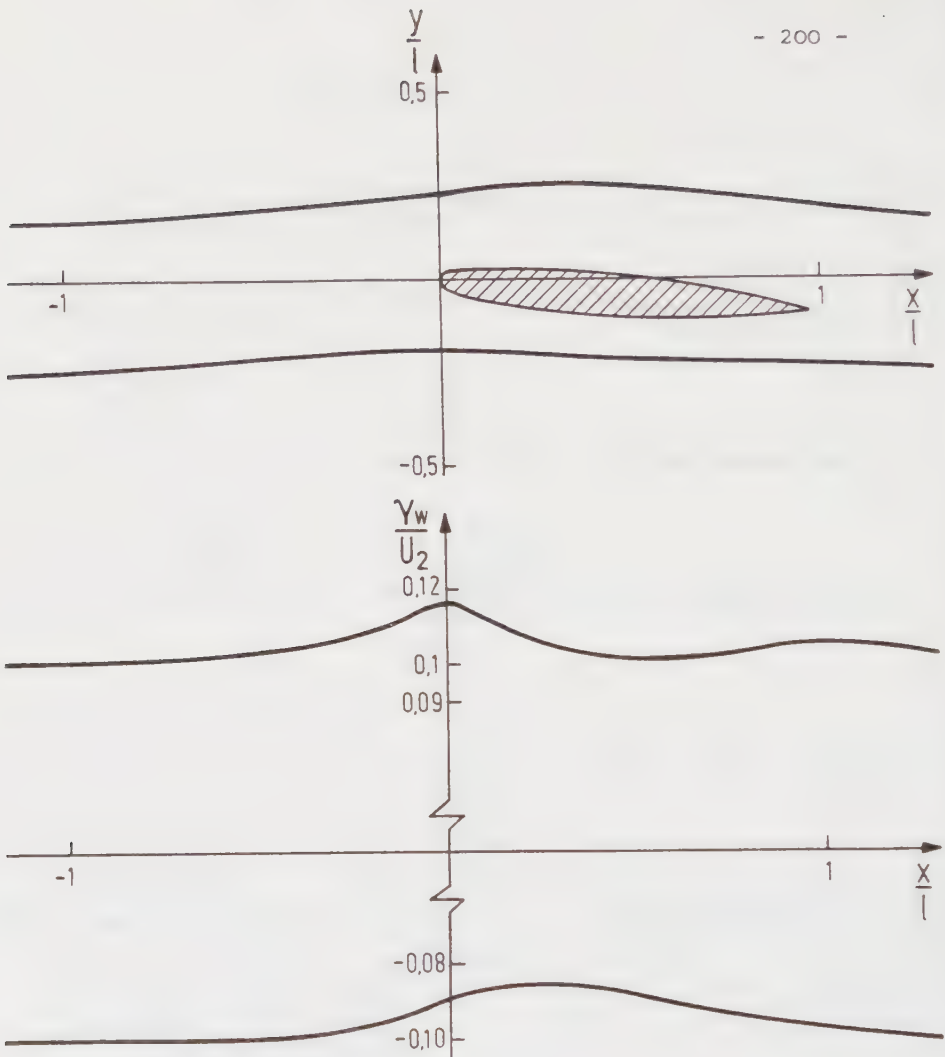


Bild 49: Durchgang des Profils NACA 64A010 durch einen Strahl bei einem Anstellwinkel $\alpha = 5^\circ$
 1. Profil oberhalb des Strahls



$$\lambda = \frac{U_1}{U_2} = 1,1$$

$$\alpha = 5^\circ$$

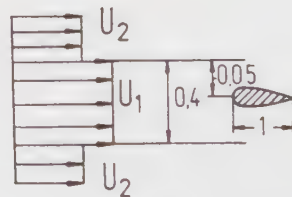
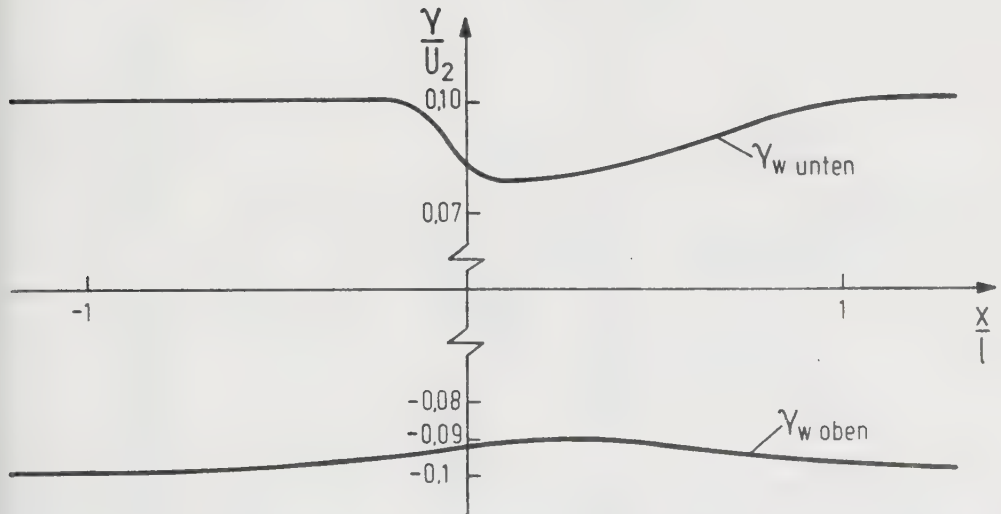
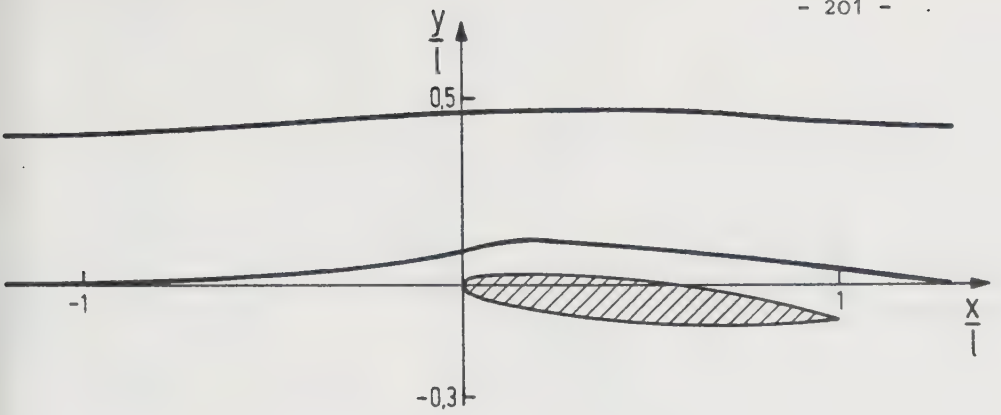


Bild 50 : Durchgang des Profils NACA 64A010 durch einen Strahl bei einem Anstellwinkel $\alpha = 5^\circ$
2. Profil im Strahl



$$\lambda = \frac{U_1}{U_2} = 1,1$$

$$\alpha = 5^\circ$$

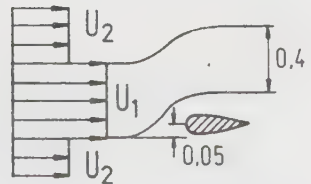


Bild 51 : Durchgang des Profils NACA 64A010 durch einen Strahl bei einem Anstellwinkel von 5°
3. Profil unterhalb des Strahls

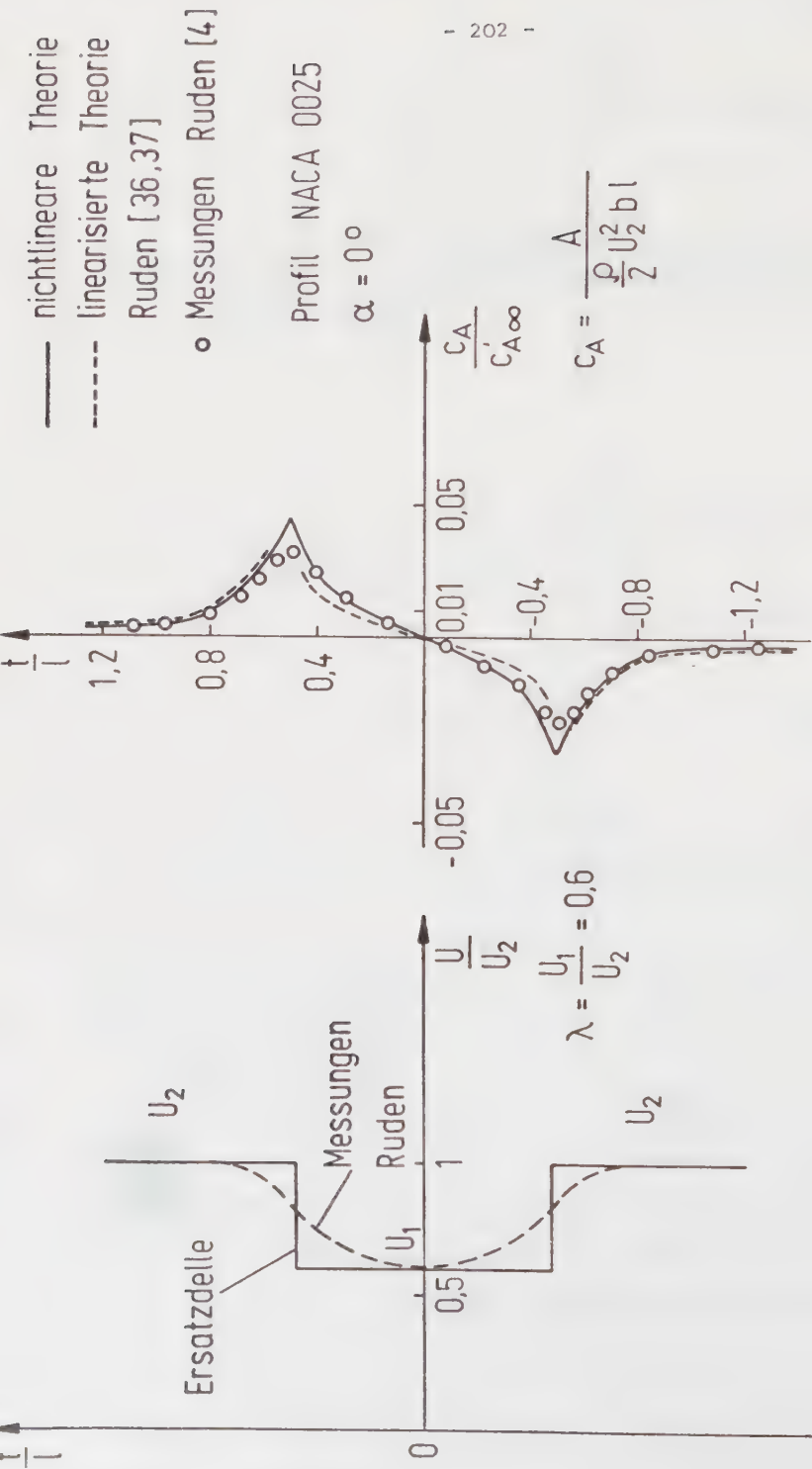
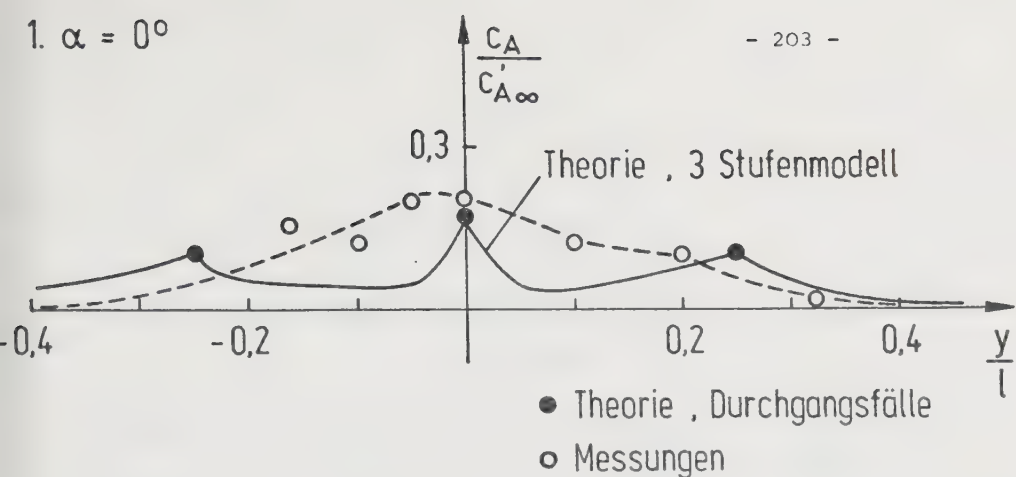


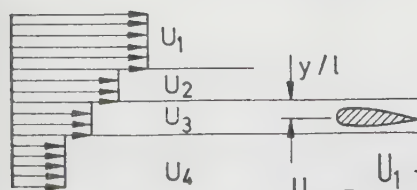
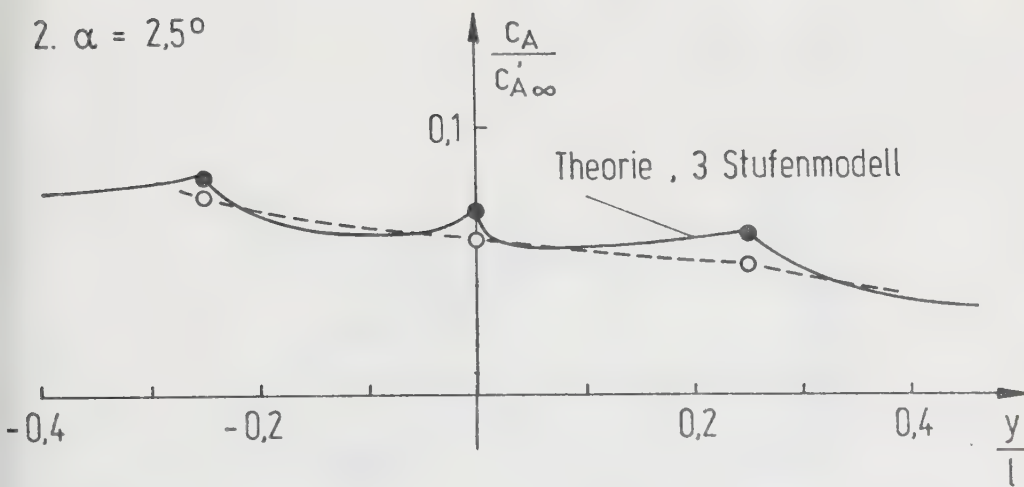
Bild 52 : Vergleich von theoretischen Ergebnissen mit Messungen von
 Ruden [4]

1. $\alpha = 0^\circ$

- 203 -



2. $\alpha = 2,5^\circ$



$$U_m = \frac{U_1 + U_4}{2}, \quad c_A = \frac{A}{\frac{\rho}{2} b l U_m^2}$$

Bild 53 : Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse für ein Profil in einer Scherschicht

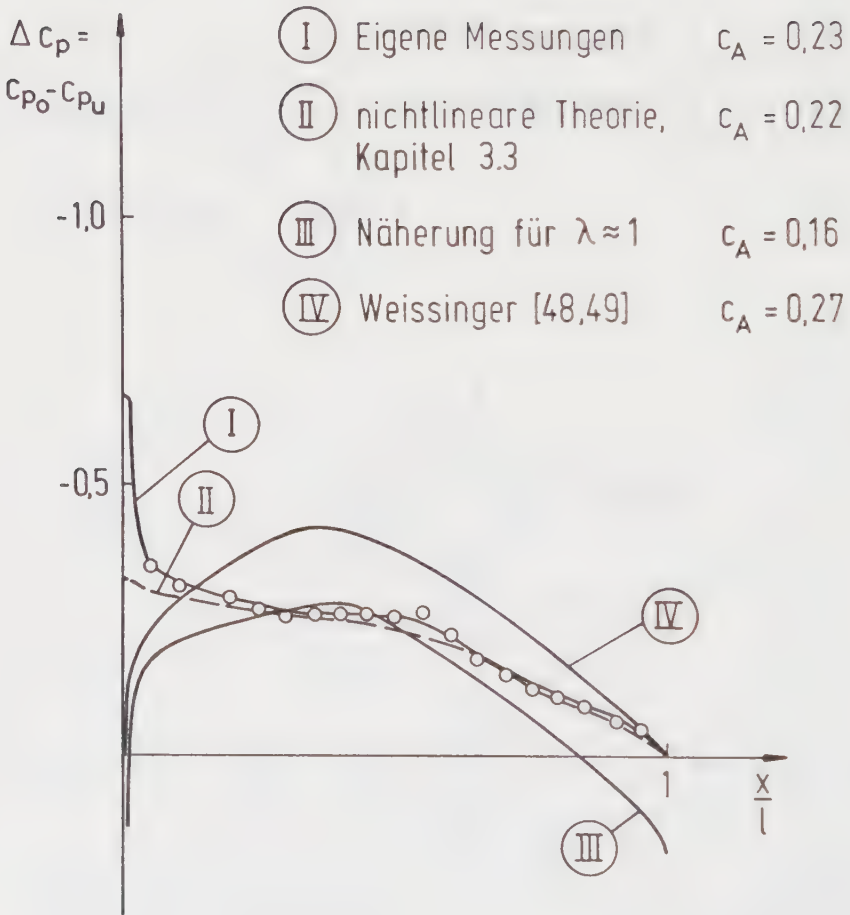


Bild 54: Vergleich der theoretischen und experimentellen Ergebnisse

$$c_p = \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2} U_m^2} \quad , \quad U_m = \frac{U_1 + U_4}{2} \quad (\text{Bild 53})$$

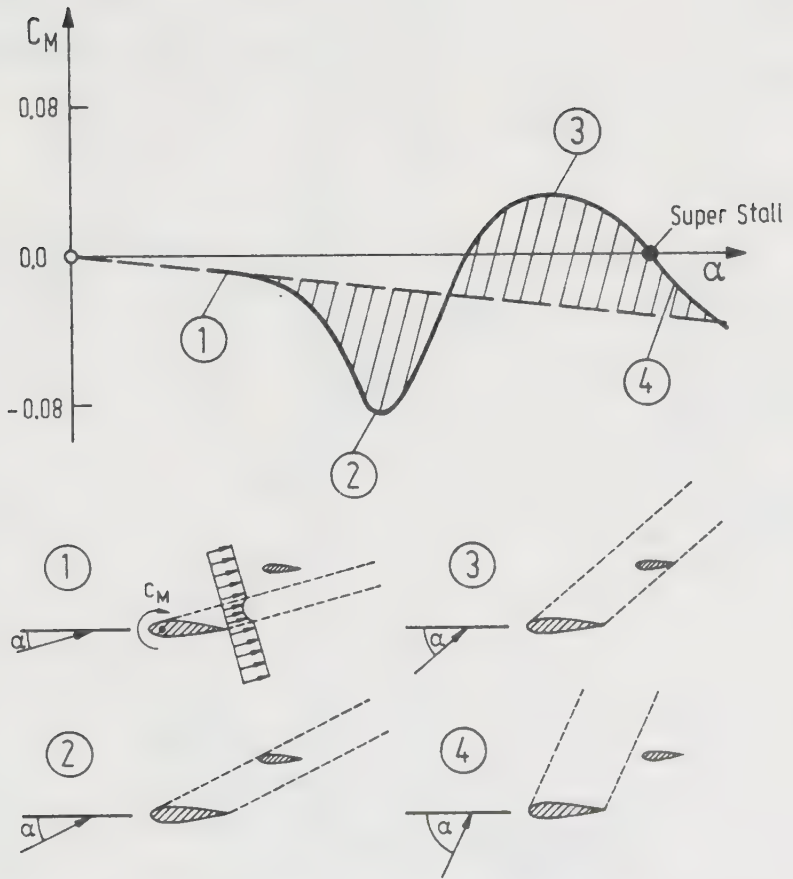


Bild 55 : Einfluß des Nachlaufs des Flügels auf
das Nosenmoment einer Flügel-Höhenleit-
werkskombination

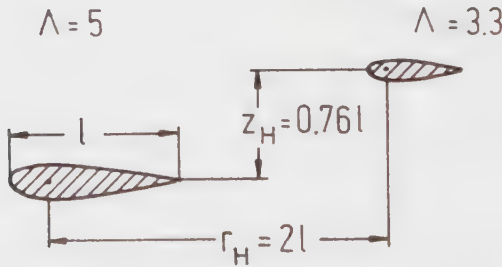
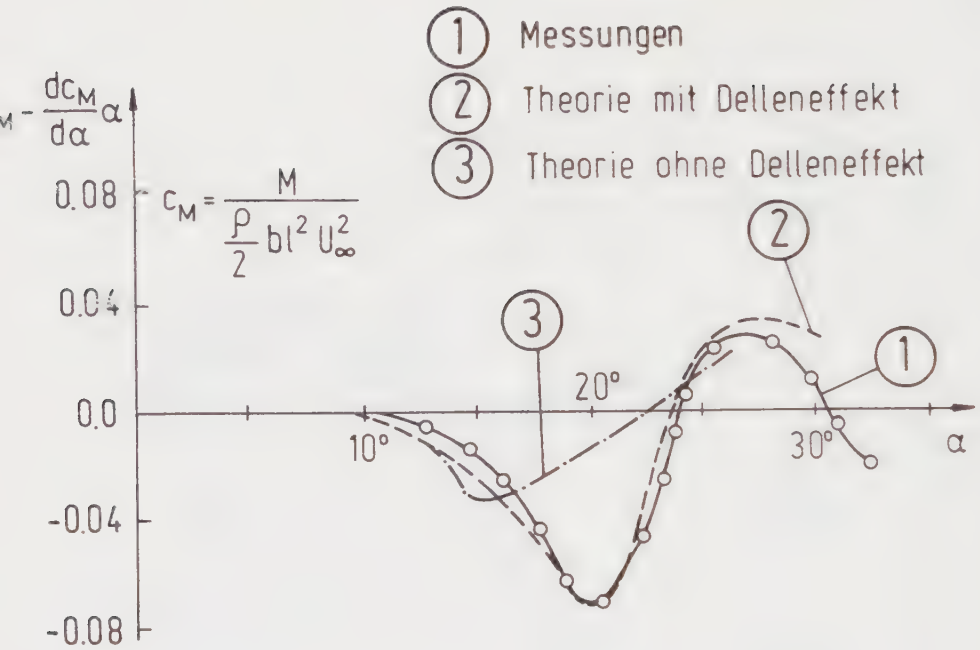


Bild 56 : Vergleich Theorie-Messung für den Delleneffekt des Flügelnachlaufs am Höhenleitwerk

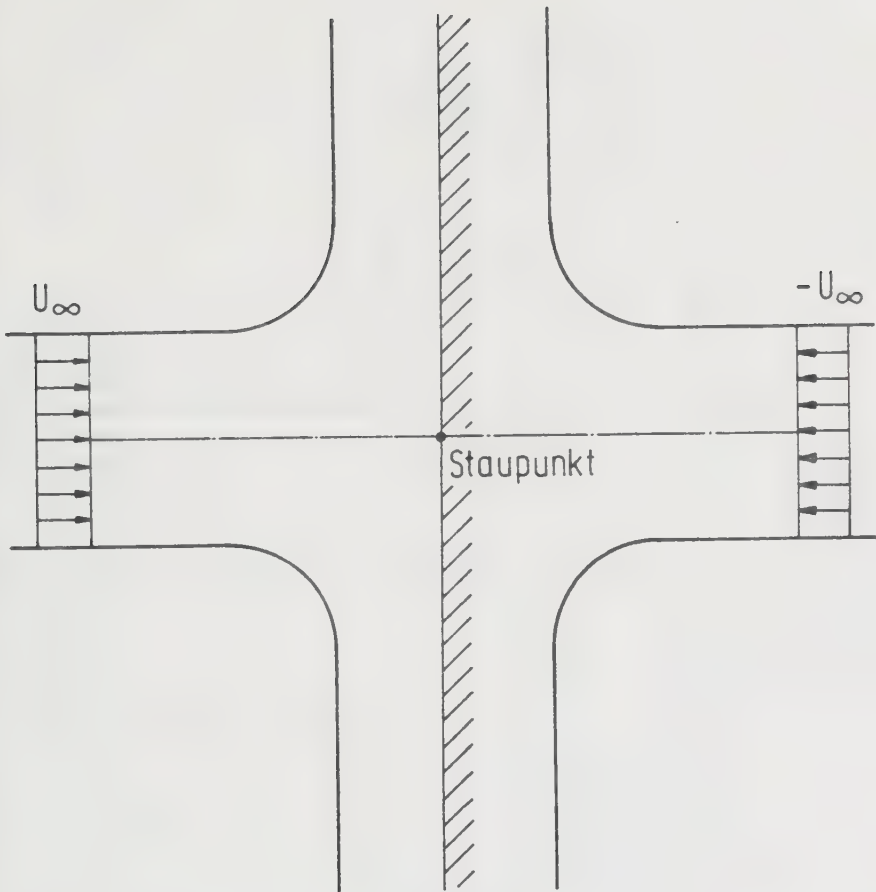


Bild 57: Zur Anströmung eines Strahles auf eine ebene Wand

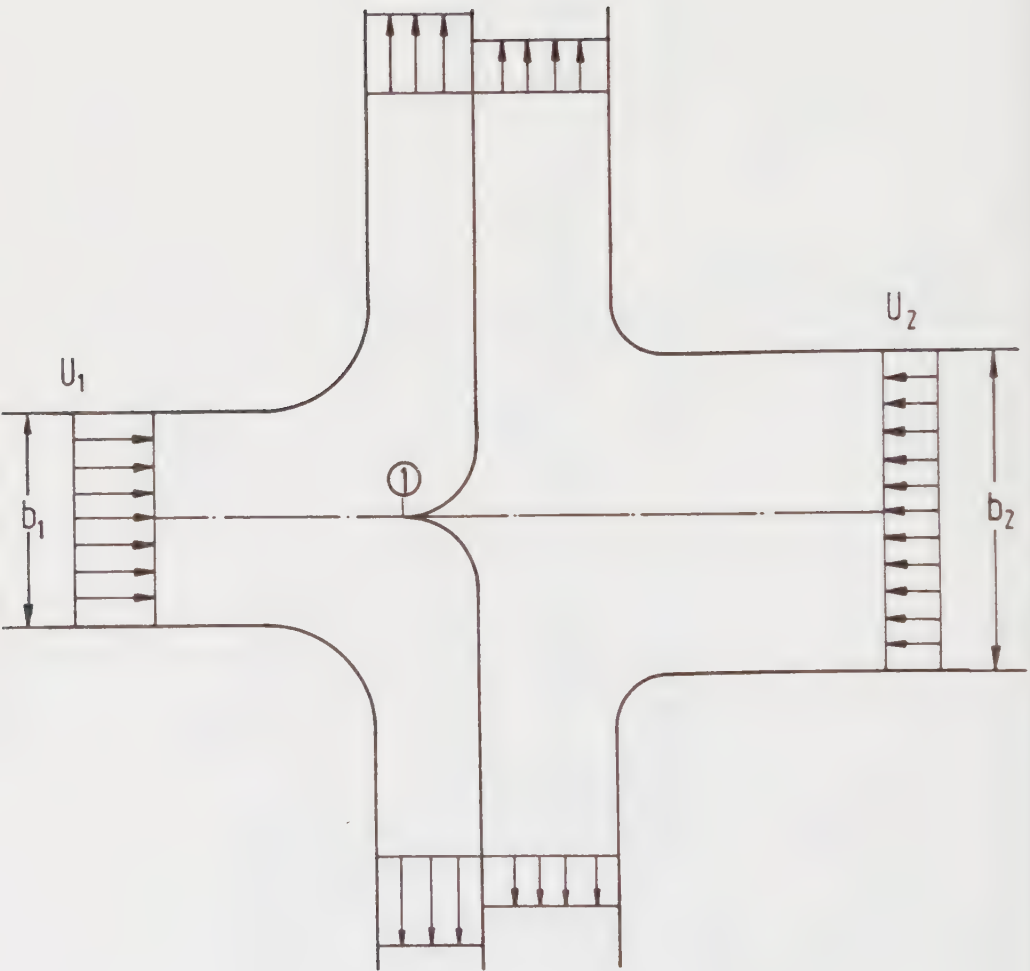


Bild 58: Zusammenströmung zweier Strahlen mit unterschiedlichem Gesamtdruck, aber gleichem Impuls

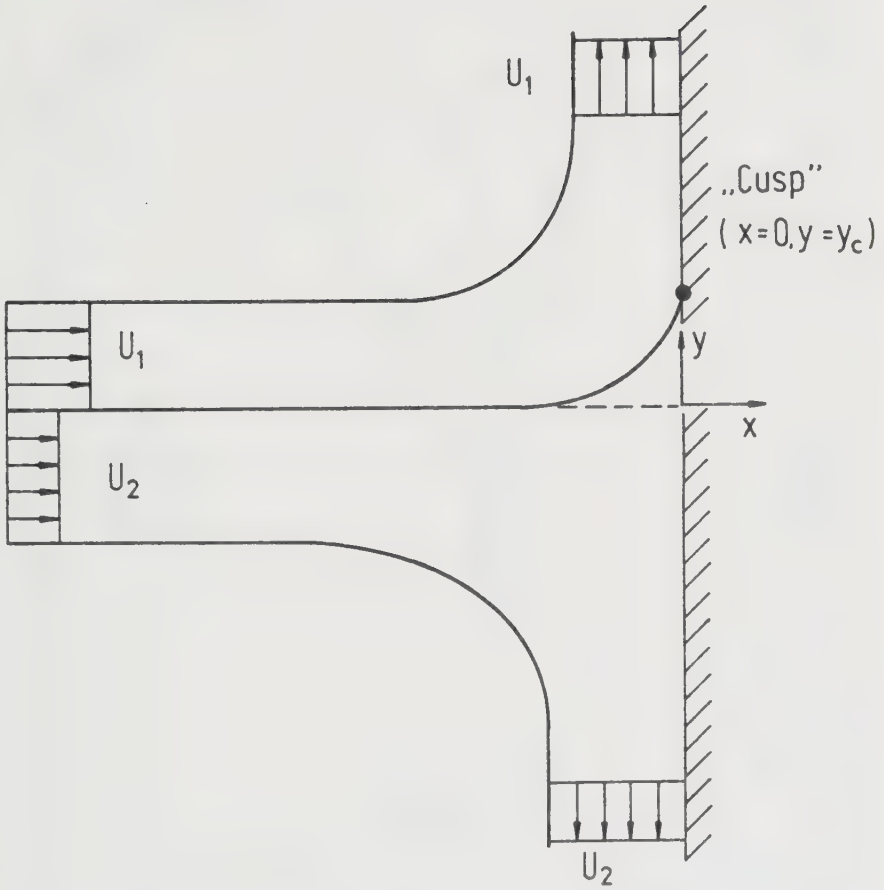


Bild 59 : Ungleichförmige Anströmung einer Wand

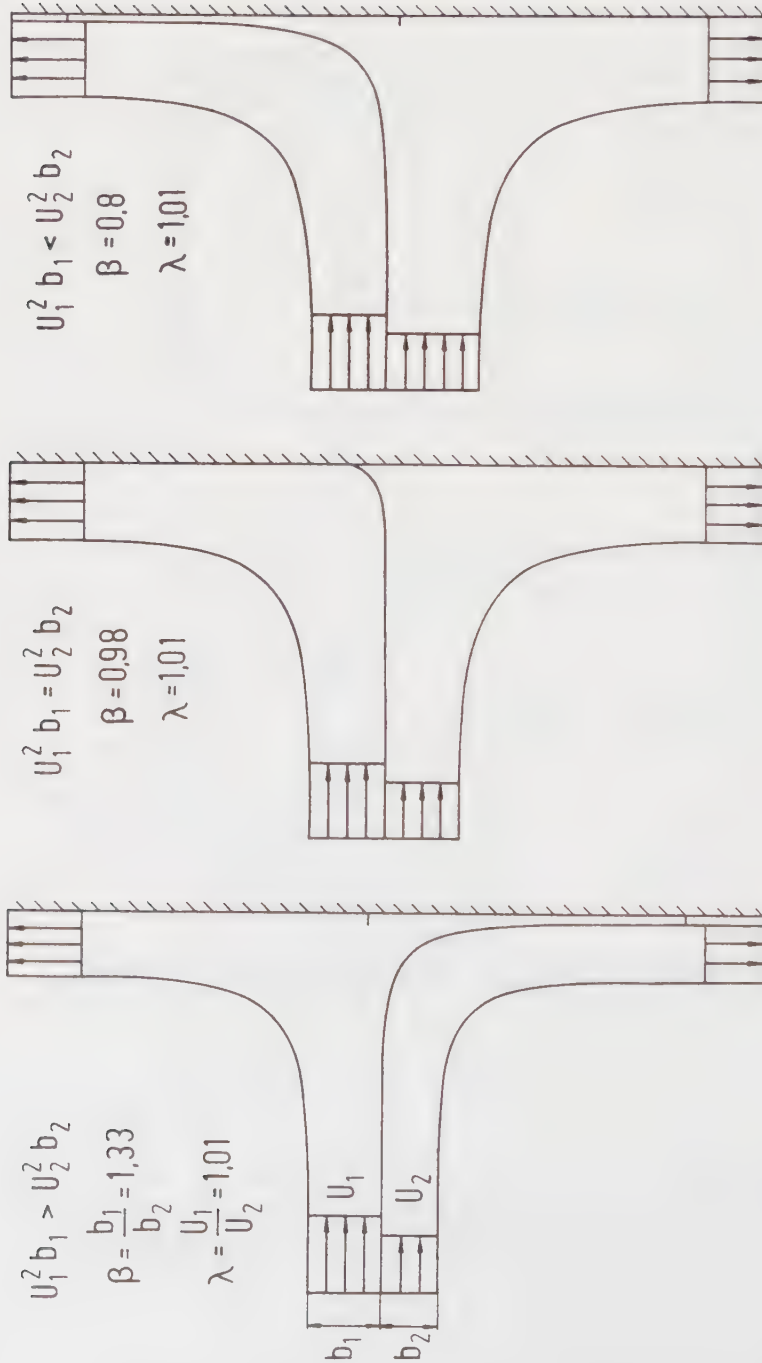


Bild 60 : Ungleichförmige Anströmung einer ebenen Wand durch einen Strahl

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2}$$

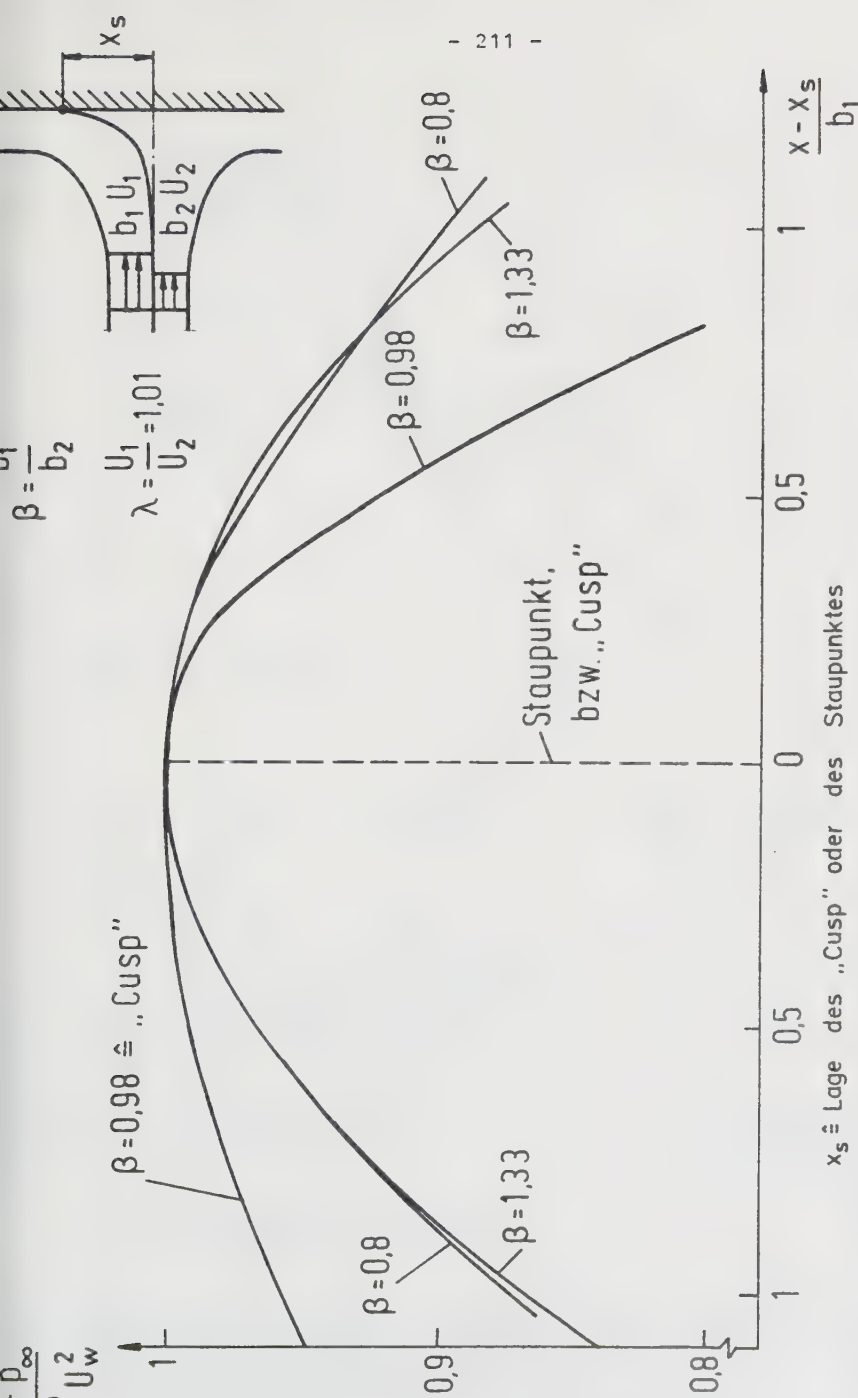


Bild 61: Druckverteilung auf der Wand für verschiedene Breiten der Teilstrahlen im anströmenden Strahl

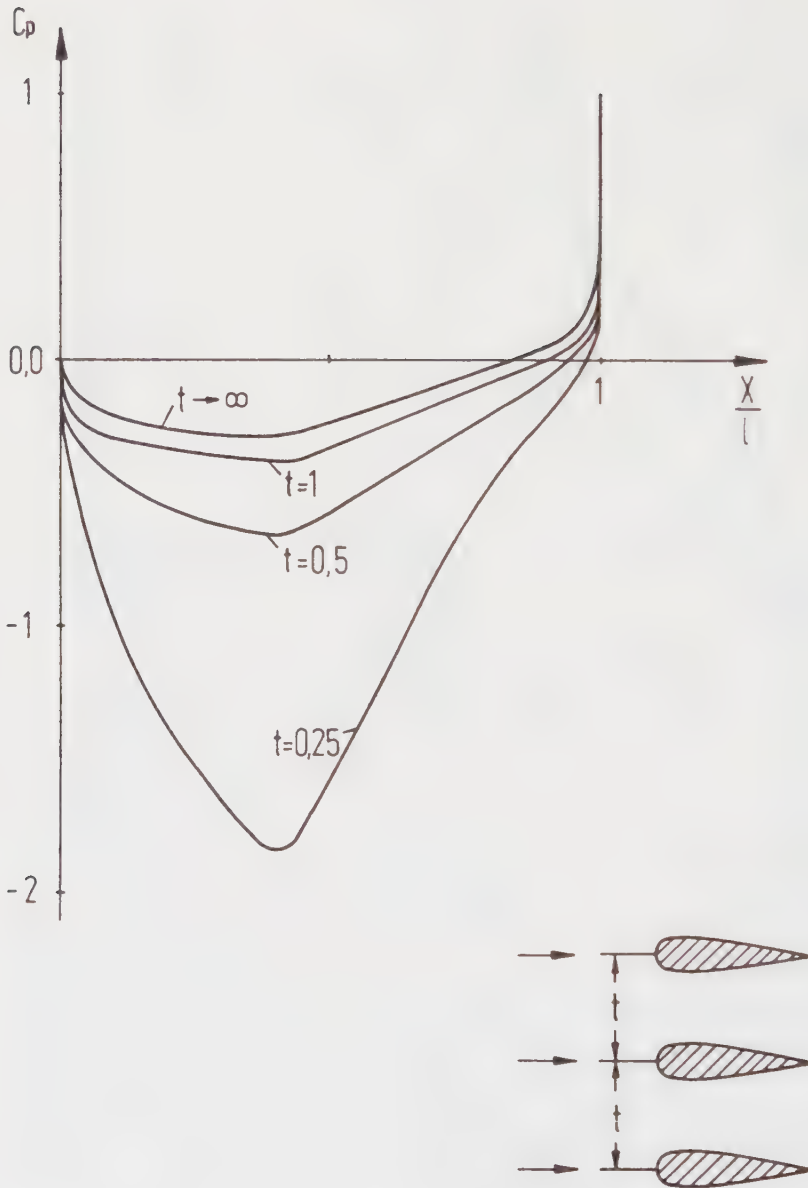
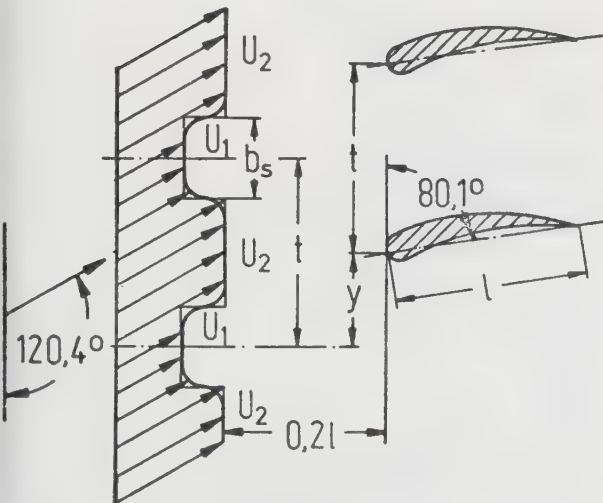
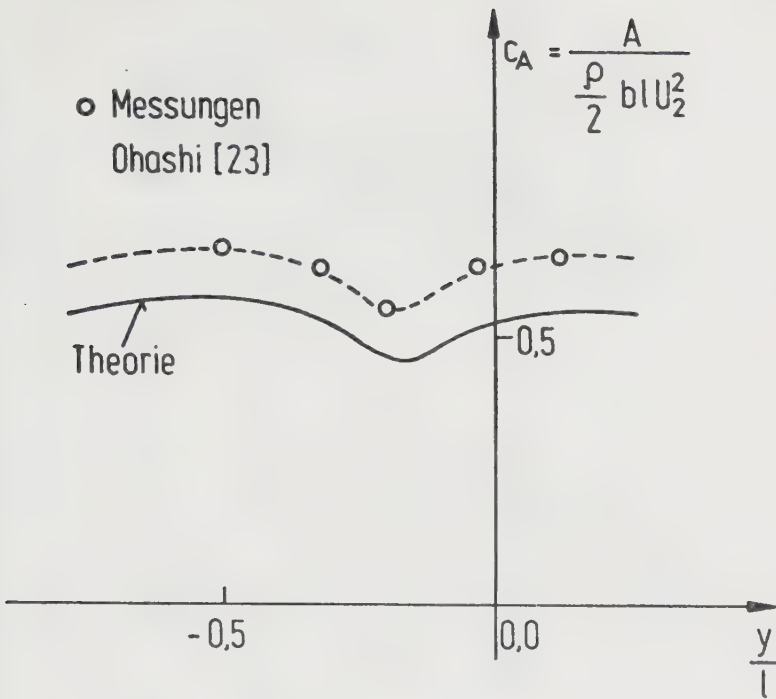


Bild 62: Einfluß der Teilung t eines Schaufelgitters auf die Druckverteilung der Schaufelkontur Profil NACA 64 A 010 bei homogener Anströmung, $\alpha = 0^\circ$



Schaufelprofil

NACA8401

$t/l = 0,75$

Breite der Ersatzdelle

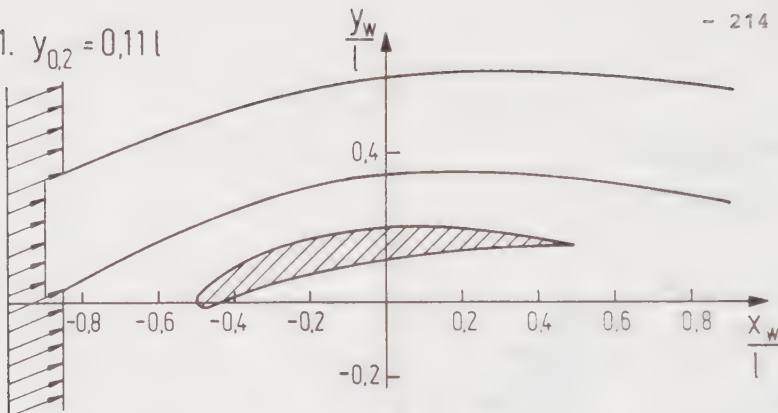
$\frac{b_s}{l} = 0,3$

Geschwindigkeitsverhältnis

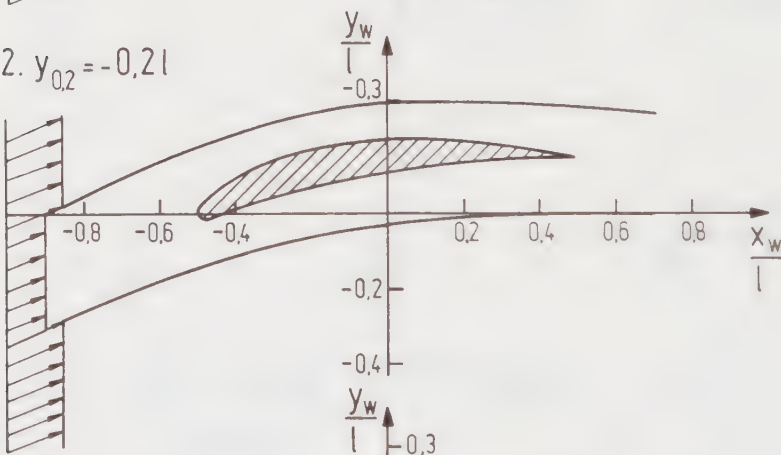
$\lambda = 0,75$

Bild 63 : Berechnung eines ungleichförmig angeströmten
Schaufelgitters
Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit
Messungen von Ohashi [23]

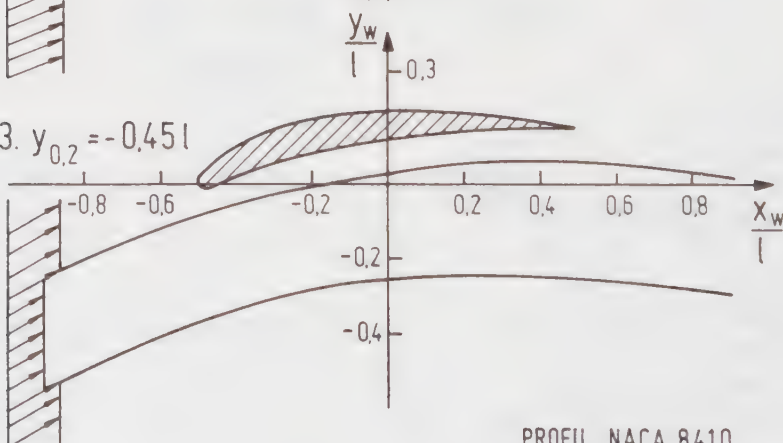
1. $y_{0,2} = 0,11l$



2. $y_{0,2} = -0,2l$



3. $y_{0,2} = -0,45l$



PROFIL NACA 8410

$\beta_s = 81,1^\circ$

$\beta_1 = 60^\circ$

$t/l = 0,75$



Bild 64 : Stromlinienverlauf bei verschiedenen Positionen des Profils in der Anströmung

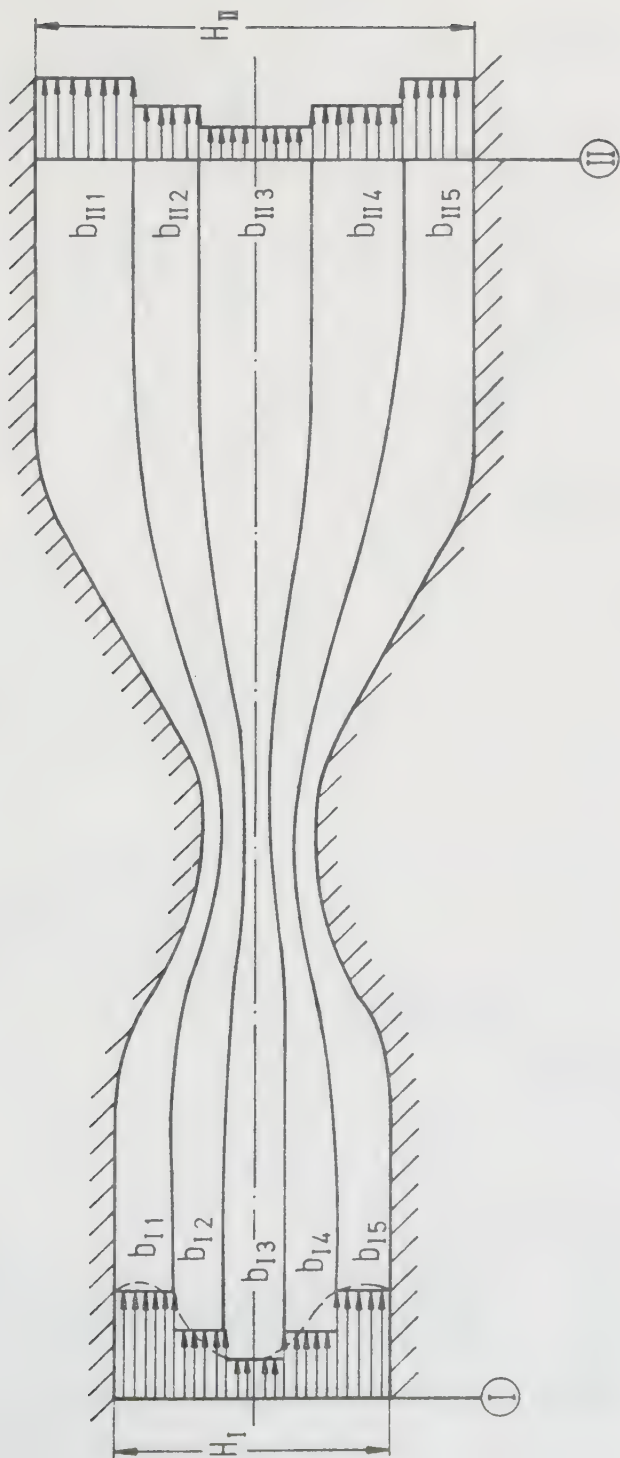


Bild 65: Kanalströmung mit ungleichförmiger Geschwindigkeitsverteilung

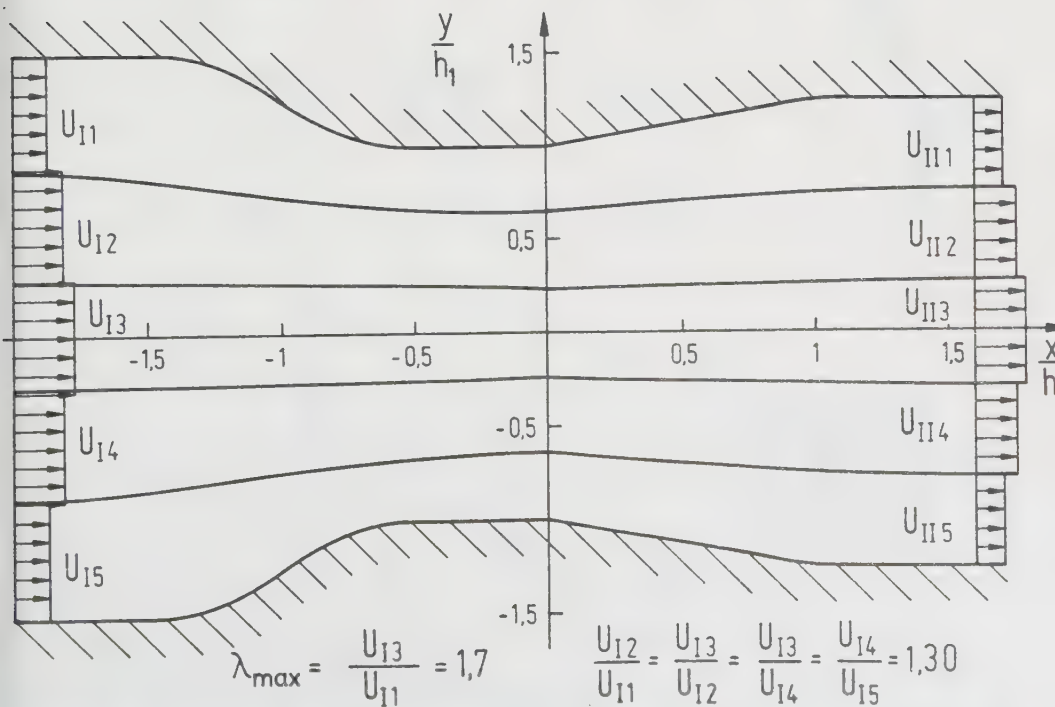
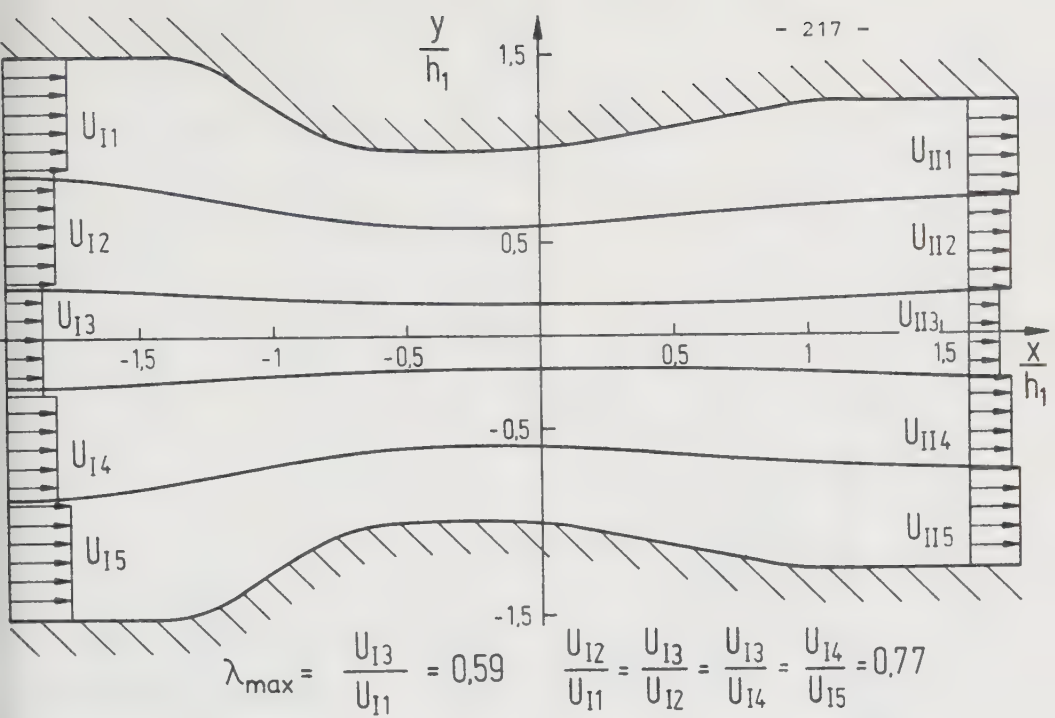
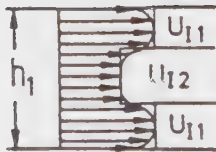
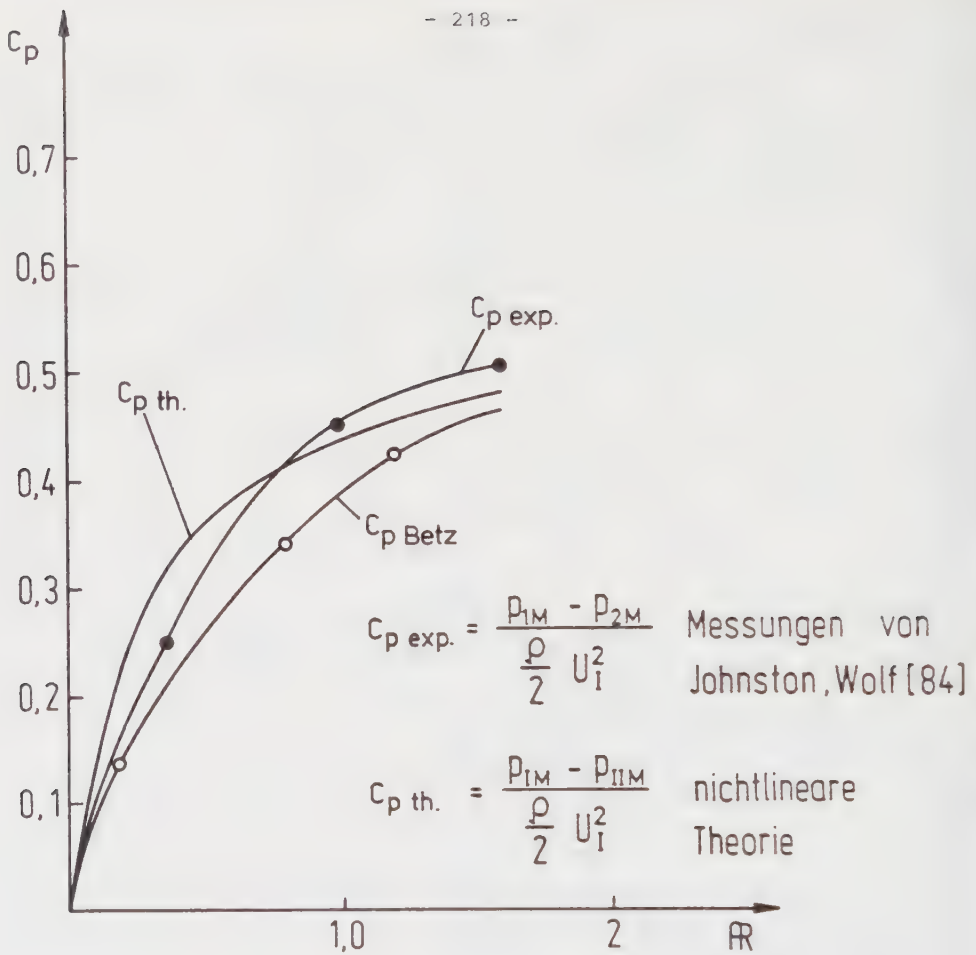


Bild 67 : Verlauf der Trennstromlinien für verschiedene Geschwindigkeitsverteilungen im Kanal



$$\frac{U_{11}}{U_{12}} = 1,75$$

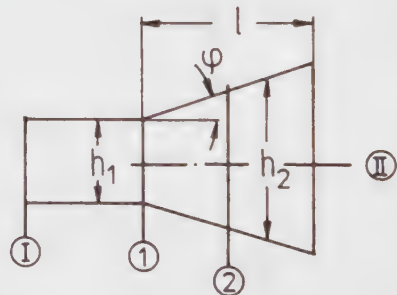


Bild 68 : Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse für Diffusoren bei ungleichförmiger Anströmung

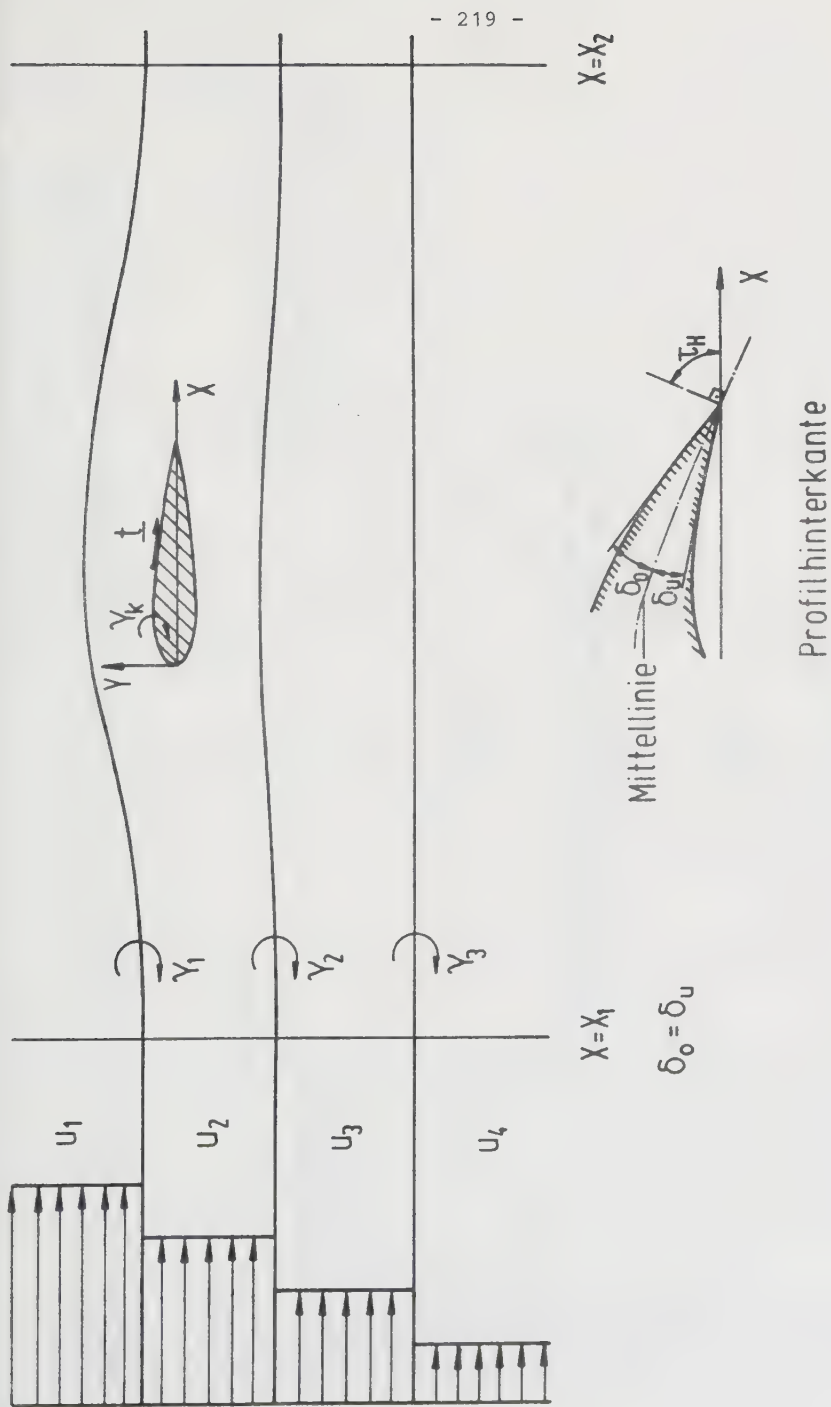


Bild 69: Diskretisierung des Strömungsfelds

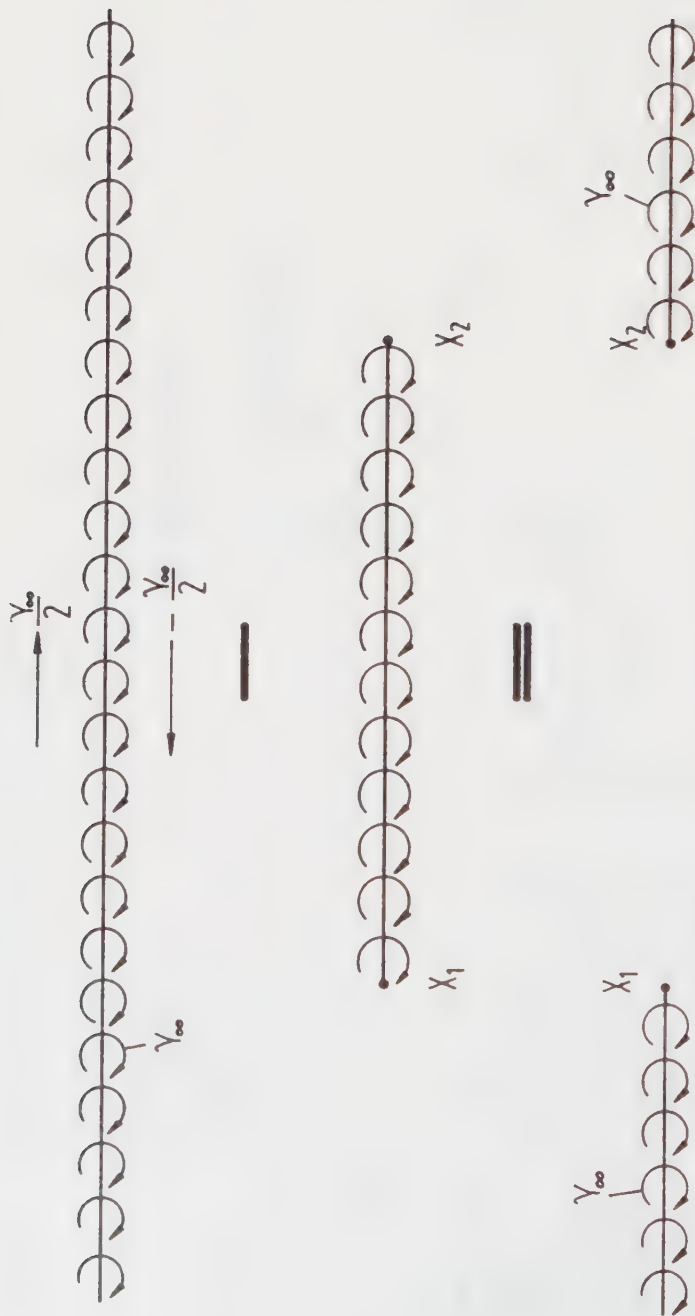


Bild 70: Zur Ermittlung der Induktionen zweier halbunendlicher Wirbelschichten

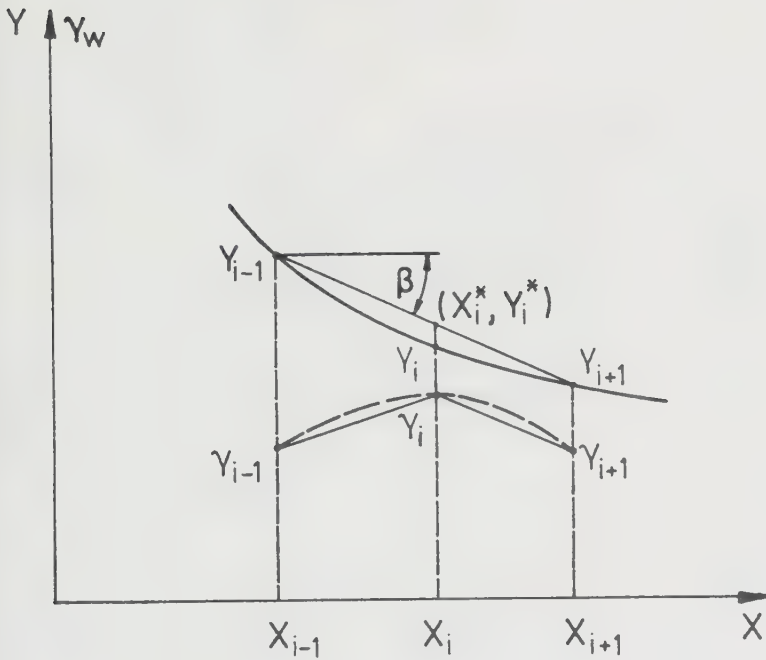


Bild 71: Zur numerischen Berechnung der Eigeninduktion der Wirbelbelegungen auf den Trennstromlinien

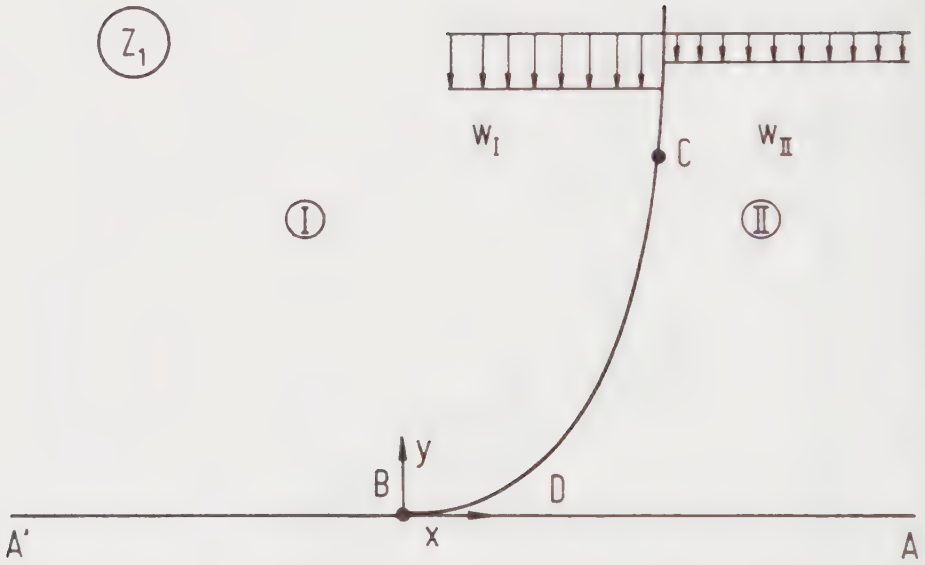


Bild 72 „Cusp“-Berechnung

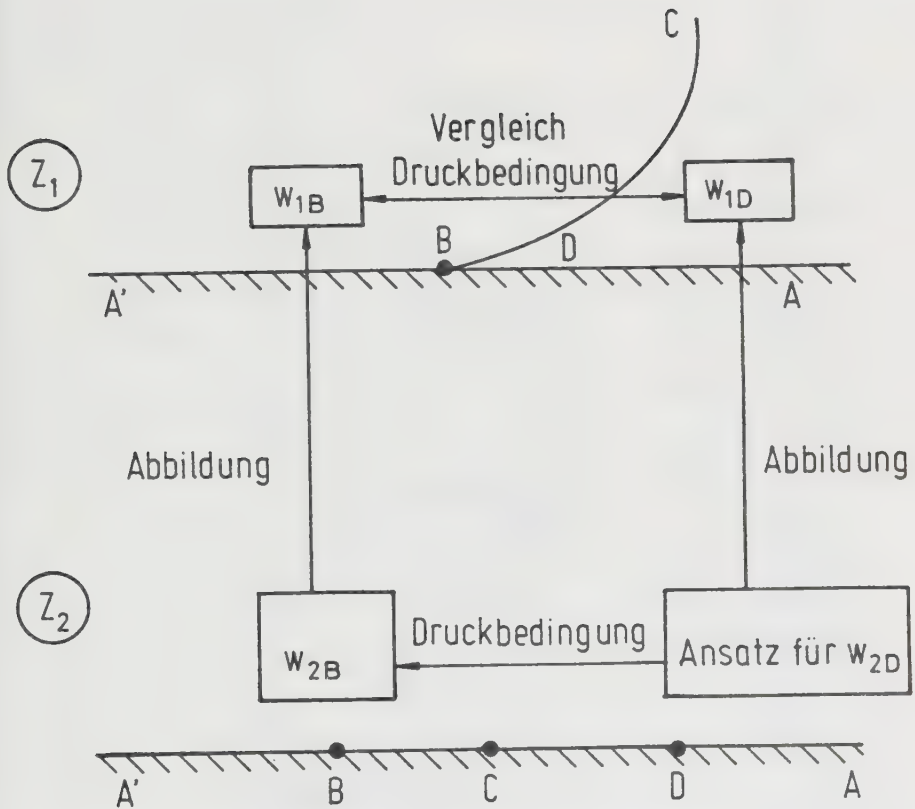


Bild 73 : Flußdiagramm zur „Cusp“-Berechnung

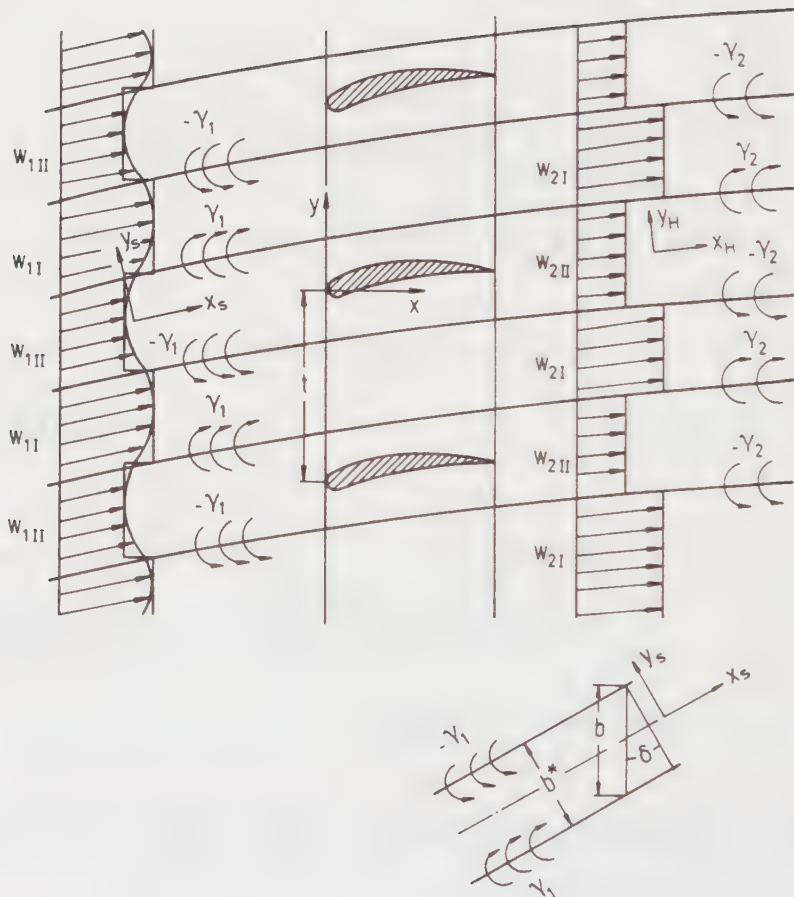


Bild 74: Diskretisierung einer ungleichförmigen Gitterströmung

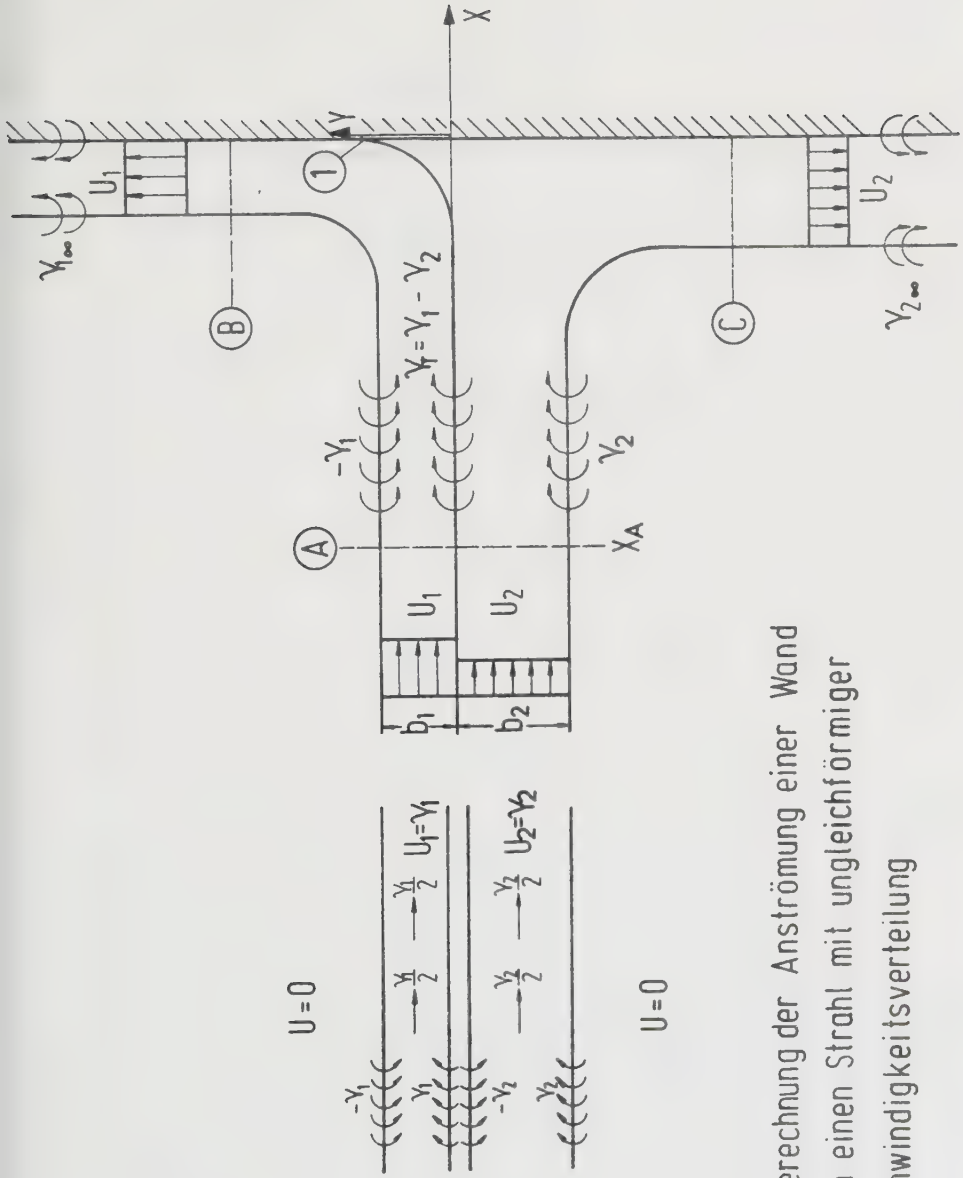


Bild 75 Zur Berechnung der Anströmung einer Wand durch einen Strahl mit ungleichförmiger Geschwindigkeitsverteilung

Lebenslauf

Dieter Glück geboren am 11.3.1950 in Ratingen

Eltern: Conrad Glück, Bundesbahnbeamter,
und seine Ehefrau
Elfriede Glück, geb. Thiel

Schulen: April 1956 bis Januar 1960 Volksschule
in Ratingen-Tiefenbroich
Februar 1960 bis April 1960 ev. Volksschule
in Lintorf,
April 1960 bis Juni 1969
staatl. Max-Planck-Gymnasium in Düsseldorf
Reifeprüfung im Juni 1969

Studium: Oktober 1969 bis Juni 1974 an der
Ruhr-Universität Bochum

Studienrichtung: Allgemeiner Maschinenbau
Diplomprüfung im Juni 1974

Tätigkeit: 1971 - 1973 als Hilfsassistent am Institut
für Thermo- und Fluidodynamik
Lehrstuhl für Strömungsmechanik
der Ruhr-Universität Bochum,
Juli 1974 -
Wiss. Mitarbeiter am Institut für Thermo- und
Fluidodynamik der Ruhr-Universität Bochum
Lehrstuhl für Strömungsmechanik
Inhaber des Lehrstuhls: Prof. Dr.-Ing. K. Gersten

